

Temeljem članka 4. stavak (2) Pravilnika o uvjetima za stjecanje i provjeru stručnih znanja potrebnih za obavljanje poslova ovlaštenog aktuara ("Službene novine Federacije BiH", broj: 44/25) i članka 12. Statuta Agencije za nadzor osiguranja Federacije Bosne i Hercegovine ( "Službene novine Federacije BiH", broj 84/17). Direktor Agencije za nadzor osiguranja Federacije Bosne i Hercegovine dana 14.07.2025. godine donosi

**PROGRAM  
PREDMETA I LITERATURU ZA STJECANJE I PROVJERU STRUČNIH  
ZNANJA POTREBNIH ZA OBAVLJANJE POSLOVA OVLAŠTENOG  
AKTUARA**

**I OPĆE ODREDBE**

**Članak 1.**

Ovim programom propisuje se detaljno sadržaj predmeta utvrđenih člankom 4. stavak (1) Pravilnika o uvjetima za stjecanje i provjeru stručnih znanja potrebnih za obavljanje poslova ovlaštenog aktuara (u dalnjem tekstu: Pravilnik).

**II SADRŽAJ PREDMETA I LITERATURA**

**Članak 2.**

Sadržaj i literatura po predmetima iz članka 1. ovog Programa su slijedeći:

## **1. Statistika**

Teme nastavnog plana

1. Slučajne varijable i distribucije
2. Analiza podataka
3. Statistički zaključci
4. Regresijska teorija i primjena
5. Bayesova statistika

Detaljni ciljevi nastavnog plana

1. Slučajne varijable i distribucije
  - 1.1 Definirati osnovne univariatne distribucije i koristiti ih za izračunavanje vjerovatnoća, kvantila i momenata.
    - 1.1.1 Definirati i objasniti ključne karakteristike diskretnih distribucija: geometrijske, binomne, negativne binome, hipergeometrijska, Poissonova i uniforma na konačnom skupu.
    - 1.1.2 Definirati i objasniti ključne karakteristike neprekidnih distribucija: normalna, lognormalna, eksponencijalna, gama, chi-kvadrat,  $t$ ,  $F$ , beta i uniforma na intervalu.
    - 1.1.3 Procijeniti vjerovatnoće i kvantile povezane sa distribucijama (izračunavanjem ili korištenjem statističkog softvera).
    - 1.1.4 Definirati i objasniti ključne karakteristike Poisson-ovog procesa i objasniti vezu između Poisson-ovog procesa i Poisson-ove distribucije.
    - 1.1.5 Generirati osnovne diskrete i kontinuirane slučajne varijable koristeći metodu inverzne transformacije.
    - 1.1.6 Generirati diskrete i kontinuirane slučajne varijable koristeći statistički softver.
  - 1.2 Nezavisnost, zajedničke i uslovne distribucije, linearne kombinacije slučajnih varijabli.
    - 1.2.1 Objasniti šta se podrazumijeva pod zajednički distribuiranim slučajnim varijablama, marginalnim distribucijama i uslovnim distribucijama.
    - 1.2.2 Definirati funkciju vjerovatnoće/funkciju gustine marginalne distribucije i uslovne distribucije.
    - 1.2.3 Navesti uslove pod kojima su slučajne varijable nezavisne.
    - 1.2.4 Definirati očekivanu vrijednost funkcije dvije zajednički raspoređene slučajne varijable, kovarijance i korelacije, koeficijent između dvije varijable, te izračunati takve veličine.
    - 1.2.5 Definirati funkciju vjerovatnoće/funkciju gustine sume dvije nezavisne slučajne varijable kao konvoluciju dvije funkcije.
    - 1.2.6 Izvesti srednju vrijednost i varijansu linearnih kombinacija slučajnih varijabli.
    - 1.2.7 Koristite generirajuće funkcije za uspostavljanje distribucije linearnih kombinacija nezavisnih slučajnih varijabli.
  - 1.3 Očekivanje, uslovno očekivanje.
    - 1.3.1 Definirati uslovno očekivanje jedne slučajne varijable s obzirom na vrijednost druge slučajne varijable i izračunati ih.
    - 1.3.2 Pokazati kako se srednja vrijednost i varijansa slučajne varijable mogu dobiti iz očekivanih vrijednosti uslovnih očekivanih vrijednosti, i to primjeniti.
- 1.4 Funkcija generatrise.
  - 1.4.1 Definirati i odrediti funkciju generatrise momenata slučajnih varijabli.
  - 1.4.2 Definirati i odrediti kumulativnu funkciju generatrise slučajnih varijabli.

- 1.4.3 Koristiti funkcije generatrise momenata i kumulativnu funkciju generatrise slučajnih varijabli, proširenjem kao niz ili diferencijacijom, prema potrebi.
  - 1.4.4 Identificirati aplikacije za koje su funkcije generatrise momenata i kumulativna funkcija generatrise koriste i razlozi zbog kojih se koriste.
- 1.5 Centralna granična teorema – izjava i primjena.
  - 1.5.1 Navedite centralnu graničnu teoremu za niz nezavisnih, identično raspoređenih slučajnih varijabli.
  - 1.5.2 Generirajte simulirane uzorke iz date distribucije i uporedite distribuciju uzorkovanja sa normalnom.

## 2. Analiza podataka

### 2.1 Analiza podataka.

- 2.1.1 Opisati moguće ciljeve analize podataka (npr. deskriptivna, inferencijalna i prediktivna).
- 2.1.2 Opisati faze provođenja analize podataka za rješavanje problema iz stvarnog svijeta na naučni način i opišite alate pogodne za svaku fazu.
- 2.1.3 Opisati izvore podataka i objasniti karakteristike različitih izvora podataka, uključujući izuzetno velike skupovi podataka.
- 2.1.4 Objasniti značenje i vrijednost reproducibilnog istraživanja i opisati elemente potrebne za osiguranje analize podataka je reproducibilan (koji se može nanovo izvesti).

### 2.2 Istražna analiza podataka.

- 2.2.1 Opisati svrhu istraživačke analize podataka.
- 2.2.2 Koristiti odgovarajuće alate za izračunavanje odgovarajuće zbirne statistike i poduzeti istraživačke vizualizacije podataka.
- 2.2.3 Definirati i izračunati Pearson-ove, Spearman-ove i Kendall-ove mjere korelacije za bivarijantne podatke, objasnite njihovo tumačenje i izvođenje statističkih zaključaka prema potrebi.
- 2.2.4 Koristiti analizu glavnih komponenti za smanjenje dimenzionalnosti složenog skupa podataka.

### 2.3 Slučajni uzorak i sampling distribucije.

- 2.3.1 Objasniti šta se podrazumijeva pod uzorkom, populacijom i statističkim zaključivanjem.
- 2.3.2 Definirati slučajni uzorak iz distribucije slučajne varijable.
- 2.3.3 Objasniti šta se podrazumijeva pod statistikom i njenom sampling distribucijom.
- 2.3.4 Odrediti srednju vrijednost i varijansu srednje vrijednosti uzorka i srednju vrijednost varijanse uzorka u smislu srednje vrijednosti, varijanse i veličine uzorka populacije.
- 2.3.5 Navedite i koristite osnovne sampling distribucije za srednju vrijednost uzorka i varijansu uzorka za slučajne uzorke iz normalne distribucije.
- 2.3.6 Navedite i koristite distribuciju *t*-statistike za slučajne uzorke iz normalne distribucije.
- 2.3.7 Navedite i koristite *F* distribuciju za omjer dvije varijanse uzorka iz nezavisnih uzoraka uzetih iz normalnog distribucije.

## 3. Statistički zaključci

### 3.1 Procjena i procjenitelji.

- 3.1.1 Opisati i primijeniti metodu momenata za konstruisanje procjenitelja parametara populacije.
- 3.1.2 Opisati i primijeniti metodu maksimalne vjerovatnoće za konstruisanje procjenitelja parametara populacije.
- 3.1.3 Definirajte sljedeće pojmove: efikasnost, pristrasnost, konzistentnost i srednja kvadratna greška.
- 3.1.4 Definirati i primijeniti svojstvo nepristrasnosti procjenitelja.

- 3.1.5 Definirati srednju kvadratnu grešku procjenitelja i koristiti je za poređenje procjenitelja.
    - 3.1.6 Opisati i primijeniti asimptotsku distribuciju procjena maksimalne vjerodostojnosti.
    - 3.1.7 Upotrijebiti bootstrap metodu za procjenu svojstava procjenitelja.
  - 3.2 Intervali pouzdanosti i intervali predviđanja.
    - 3.2.1 Definirati u općim uvjetima interval povjerenja za nepoznati parametar distribucije na osnovu slučajnog uzorka.
    - 3.2.2 Definirati u opštim terminima interval predviđanja za buduće posmatranje na osnovu modela koji je prilagođen slučajnom uzorku.
    - 3.2.3 Izvesti interval pouzdanosti za nepoznati parametar koristeći datu distribuciju uzorkovanja.
    - 3.2.4 Izračunati intervale povjerenja za srednju vrijednost i varijansu normalne distribucije.
    - 3.2.5 Izračunati intervale povjerenja za binomsku vjerovatnoću i Poisson-ovu srednju vrijednost, uključujući korištenje normalne aproksimacije u oba slučaja.
    - 3.2.6 Izračunati intervale povjerenja za situacije s dva uzorka koje uključuju normalnu distribuciju, binomnu i Poisson-ovu distribuciju koristeći normalnu aproksimaciju.
    - 3.2.7 Izračunati intervale povjerenja između razlike dvije srednje vrijednosti iz uparenih podataka.
    - 3.2.8 Koristiti bootstrap metodu da biste dobili intervale pouzdanosti.
  - 3.3 Testiranje hipoteza i pouzdanost.
    - 3.3.1 Objasniti šta se podrazumeva pod slijedećim terminima: nulte i alternativne hipoteze, jednostavne i kompozitne hipoteze, greške tipa I i tipa II, osjetljivost, specifičnost, statistika testa, omjer vjerovatnoće, kritična regija, nivo značajnosti, vrijednost vjerovatnoće i snaga testa.
    - 3.3.2 Primijeniti osnovne testove za situacije s jednim uzorkom i dva uzorka koji uključuju normalnu, binomsku i Poisson-ovu distribuciju, i primijeniti osnovne testove za uparene podatke.
    - 3.3.3 Primijeniti permutacijski pristup na testove neparametarskih hipoteza.
    - 3.3.4 Koristiti chi-kvadrat test za testiranje hipoteze da je slučajni uzorak iz određene distribucije, uključujući slučajevе gdje su parametri nepoznati.
    - 3.3.5 Objasniti šta se podrazumeva pod kontingentnom (ili dvosmjernom) tabelom i upotrebiti chi-kvadrat test da testirate nezavisnost dva kriterijuma za klasifikaciju.
4. Regresijska teorija i primjena
- 4.1 Linearna regresija.
    - 4.1.1 Objasniti šta se podrazumijeva pod varijablama odgovora i objašnjenja.
    - 4.1.2 Navesti model jednostavne regresije (sa jednom varijablom za objašnjenje).
    - 4.1.3 Izvesti procjene najmanjih kvadrata parametara nagiba i presjeka u jednostavnom modelu linearne regresije.
    - 4.1.4 Koristiti odgovarajući softver za uklapanje jednostavnog modela linearne regresije u skup podataka i tumačenje izlaza:
      - Izvršiti statističko zaključivanje o parametru nagiba.
      - Opisati upotrebu mjera dobrog uklapanja modela linearne regresije.
      - Koristiti prilagođeni linearni odnos da predvidite srednji odgovor ili individualni odgovor sa granicama pouzdanosti.
      - Koristiti ostatke da provjerite prikladnost i validnost modela linearne regresije.
    - 4.1.5 Navesti model višestruke linearne regresije (sa nekoliko eksplanatornih varijabli).
    - 4.1.6 Koristiti odgovarajući softver za uklapanje modela višestruke linearne regresije u skup podataka i tumačenje izlaza.

- 4.1.7 Koristiti mjere prilagođavanja modela da se odabere odgovarajući skup eksplanatornih varijabli.
- 4.2 Generalizirani linearni modeli.
  - 4.2.1 Definirati eksponencijalnu porodicu distribucija. Pokažite da se sljedeće distribucije mogu napisati u ovom obliku: binomna, Poisson-ova, eksponencijalna, gama, normalna.
  - 4.2.2 Navedite srednju vrijednost i varijansu za eksponencijalnu i definirajte funkciju varijanse i scale parametar. Izvesti formule za ove veličine za gornje distribucije.
  - 4.2.3 Objasniti što se podrazumijeva pod funkcijom veze i kanonskom funkcijom veze, pozivajući se na gornje distribucije.
  - 4.2.4 Objasniti šta se podrazumijeva pod varijablom, faktorom koji uzima kategoričke vrijednosti i pojmom interakcije. Definirajte linearni prediktor, ilustrirajući njegovu formu za jednostavne modele, uključujući polinomske modele i modele koji uključuju faktore.
  - 4.2.5 Definirajte odstupanje i skalirano odstupanje i navedite kako parametri generaliziranog linearног modela mogu biti procijenjeni. Opišite kako se može odabrati odgovarajući model korištenjem analize odstupanja i ispitivanjem značaja parametara.
  - 4.2.6 Definirajte Pearson-ove i devijantne ostatke i opišite kako se oni mogu koristiti.
  - 4.2.7 Primjeniti statističke testove za određivanje prihvatljivosti kalibriranog modela: Pearson-ov chi-kvadrat test i test omjera vjerodostojnosti.
  - 4.2.8 Kalibrirati generalizirani linearni model u skup podataka i interpretirati izlaz.

## 5. Bayes-ova statistika

- 5.1 Objasniti osnovne koncepte Bayes-ove statistike i koristiti ove koncepte za izračunavanje Bayes-ovih procjena.
  - 5.1.1 Koristiti Bayes-ovu teoremu za izračunavanje jednostavnih uvjetnih vjerovatnoća.
  - 5.1.2 Objasniti šta znači a priori distribucija, posteriorna distribucija i konjugirana a priori distribucija.
  - 5.1.3 Izvesti posteriornu distribuciju za parametar u jednostavnim slučajevima.
  - 5.1.4 Objasniti što se podrazumijeva pod funkcijom gubitka.
  - 5.1.5 Koristiti jednostavne funkcije gubitka za izvođenje Bayes-ovih procjena parametara.
  - 5.1.6 Izvesti vjerodostojne intervale u jednostavnim slučajevima.
  - 5.1.7 Objasniti šta se podrazumijeva pod kredibilitetnom formulom premije i opišite ulogu faktora kredibiliteta.
  - 5.1.8 Objasniti Bayes-ov pristup teoriji kredibiliteta i koristiti ga za izvođenje kredibilitetnih premija u jednostavnim slučajevima.
  - 5.1.9 Objasniti empirijski Bayes-ov pristup teoriji kredibiliteta i koristiti ga za izvođenje kredibilitetnih premija u jednostavnim slučajevima.  
Objasniti razlike između ova dva pristupa i navedite pretpostavke na kojima se temelji svaki od njih.

## Literatura

### Osnovna literatura:

*Effective statistical learning methods for actuaries: I. [Generalised Linear Models] GLMs and extensions.* - Denuit, M., Hainaut, D. and Trufin, J. - Springer, 2019. ISBN 978-3030258207

- *Generalized linear models*. 2nd ed. McCullagh, P. and Nelder, J.A. Chapman & Hall/CRC Press, 1989. ISBN 0412317605 [referenced in IFoA CS1 Core Reading]
- *John E. Freund's Mathematical statistics with applications*. 8th ed. Miller, I. and Miller, M.; [Freund, J. E.] Prentice Hall International, 2013. ISBN: 978-0321904409 [Library holds earlier editions: 7th ed., 2004; 6th ed., 1999]
- *Literate programming*. Knuth, D.E. Stanford CA: Centre for the Study of Language information, 1992. ISBN 978-093073803 [referenced in IFoA CS1 Core Reading]
- *Regression modelling with actuarial and financial implications*. Frees, E.W. Cambridge University Press, 2010. ISBN: 978-0521760119
- *Report writing for data science in R*. Peng, R. Victoria (Canada): Lean Publishing, 2015. ISBN 978-132973364 [referenced in IFoA CS1 Core Reading]

## 2. Finansijska i aktuarska matematika

Teme nastavnog plana

1. Podaci i osnove modeliranja
2. Teorija kamatnih stopa
3. Jednadžba vrijednosti i njezine primjene
4. Bruto premije i pričuve za ugovore s fiksnom i promjenjivom naknadom

Detaljni ciljevi nastavnog plana

- 1 Podaci i osnove modeliranja
  - 1.1 Opisati principe aktuarskog modeliranja.
    - 1.1.1 Opisati zašto i kako se modeli koriste, uključujući, općenito, korištenje modela za određivanje cijena, rezerviranje i modeliranje kapitala.
    - 1.1.2 Objasniti prednosti i ograničenja modeliranja.
    - 1.1.3 Objasniti razliku između stohastičkog i determinističkog modela i identificirati prednosti/nedostatke svakog od njih.
    - 1.1.4 Opisati karakteristike i objasniti upotrebu modela baziranih na scenariju i proxy modela.
    - 1.1.5 Opisati, općenito, kako odlučiti je li model prikladan za bilo koju određenu primjenu.
    - 1.1.6 Objasniti razliku između kratkoročnih i dugoročnih svojstava modela i kako to može biti relevantno u odlučivanju je li model prikladan za neku određenu primjenu.
    - 1.1.7 Opisati, općenito, kako analizirati potencijalni učinak iz modela i objasniti zašto je to relevantno za izbor modela.
    - 1.1.8 Opisati proces testiranja osjetljivosti pretpostavki i objasniti zašto to čini važan dio procesa modeliranja.
    - 1.1.9 Objasniti čimbenike koji se moraju uzeti u obzir pri priopćavanju rezultata nakon primjene modela.
  - 1.2 Opisati kako koristiti generalizirani model novčanog toka za opisivanje finansijskih transakcija.
    - 1.2.1 Navesti priljeve i odljeve u svakom budućem vremenskom razdoblju i raspraviti je li iznos ili vrijeme (ili oboje) fiksno ili neizvjesno za dati proces novčanog toka.
    - 1.2.2 Opisati u obliku modela novčanog toka rad finansijskih instrumenata (poput obveznice s nultim kuponom, vrijednosnog papira s fiksnom kamatom, vrijednosnog papira povezanog s indeksom, tekućeg računa, gotovine na depozitu, kreditne kartice, vlasničkog kapitala, zajam s kamatama, zajam za

otplatu i određeni anuitet) i ugovora o osiguranju (poput mješovitog osiguranja, osiguranja u slučaju smrti, životne rente, osiguranje automobila i zdravstvenog osiguranja).

## 2 Teorija kamatnih stopa

- 2.1 Opisati odnos između kamatnih stopa i diskonta tijekom jednog efektivnog razdoblja aritmetički i općim obrazloženjem.
  - 2.1.1 Izvesti odnose između kamatne stope plative jednom po razdoblju mjerena (efektivna kamatna stopa) i kamatna stopa koja se plaća  $p (> 1)$  puta po razdoblju mjerena (nominalna kamatna stopa) te intenzitet kamate.
  - 2.1.2 Izračunati ekvivalentnu godišnju kamatnu stopu impliciranu akumulacijom svote novca tijekom određenog razdoblja u kojem je intenzitet kamate funkcija vremena.
- 2.2 Pokazati poznavanje i razumijevanje realnih i nominalnih kamatnih stopa.
- 2.3 Opisati kako uzeti u obzir vremensku vrijednost novca koristeći koncepte složene kamate i diskontiranja.
  - 2.3.1 Akumulirati jedno ulaganje uz konstantnu kamatnu stopu pod operacijom jednostavne i složene kamate.
  - 2.3.2 Definirati sadašnju vrijednost budućeg plaćanja.
  - 2.3.3 Diskontiranje pojedinačne investicije pod djelovanjem jednostavnog diskonta uz konstantnu stopu diskonta.
- 2.4 Izračunati sadašnju vrijednost i akumuliranu vrijednost za zadane novčane tokove prema sljedećim kombinacijama scenarija:
  - 2.4.1 Novčani tokovi su jednaki u svakom vremenskom razdoblju.
  - 2.4.2 Novčani tokovi variraju s vremenom, što može, ali i ne mora biti kontinuirana funkcija vremena.
  - 2.4.3 Neki od novčanih tokova odgađaju se na određeno vrijeme.
  - 2.4.4 Kamatna stopa ili diskontna stopa je konstantna.
  - 2.4.5 Kamatna stopa ili diskont varira s vremenom, što može, ali i ne mora biti kontinuirana funkcija vremena
- 2.5 Definirati i izvesti sljedeće funkcije složene kamate (gdje plaćanja mogu biti unaprijed ili u kašnjenju) u terminima  $i, v, n, d, \delta, i(p)$  i  $d(p)$ :
  - 2.5.1  $a_{n|}, s_{n|}, a_n|^{(p)}, s_n|^{(p)}, \ddot{a}_{n|}, \ddot{s}_{n|}, \ddot{a}_n|^{(p)}, \ddot{s}_n|^{(p)}, \overline{a_{n|}}, \overline{s_{n|}}$
  - 2.5.2  $m|a_{n|}, m|a_n|^{(p)}, m|\ddot{a}_{n|}, m|\ddot{a}_n|^{(p)}, m|\overline{a_{n|}}$
  - 2.5.3  $(Ia)_{n|}, (I\ddot{a})_{n|}, (\bar{I}a)_{n|}, (\bar{I}\ddot{a})_{n|}$
- 2.6 Pokazati razumijevanje terminske strukture kamatnih stopa.
  - 2.6.1 Opisati glavne čimbenike koji utječu na ročnu strukturu kamatnih stopa.
  - 2.6.2 Objasniti što su:
    - diskretne spot stope i terminske stope (eng. discrete spot rates and forward rates).
    - kontinuirane promptne i terminske stope (eng. continuous spot rates and forward rates).
  - 2.6.3 Objasniti što se podrazumijeva pod nominalnim prinosom i prinosom do dospijeća
- 2.7 Pokazati razumijevanje trajanja, konveksnosti i imunizacije novčanih tokova.
  - 2.7.1 Definirati trajanje i konveksnost slijeda novčanog toka i prikazati kako se oni mogu koristiti za procjenu osjetljivosti vrijednosti slijeda novčanog toka na promjenu kamatnih stopa.
  - 2.7.2 Procijeniti trajanje i konveksnost slijeda novčanog toka.
  - 2.7.3 Objasniti kako se trajanje i konveksnost koriste u (Redington) imunizaciji portfelja obveza.

## 3 Jednadžba vrijednosti i njezine primjene

- 3.1 Definirati jednadžbu vrijednosti.

- 3.1.1 Definirati jednadžbu vrijednosti, gdje je plaćanje ili primitak izvjesno.
    - 3.1.2 Opisati kako se jednadžba vrijednosti može prilagoditi kako bi se omogućila neizvjesna primanja ili plaćanja.
    - 3.1.3 Razumjeti dva uvjeta potrebna da bi postojalo točno rješenje jednadžbe vrijednosti.
  - 3.2 Koristiti koncept jednadžbe vrijednosti za rješavanje raznih praktičnih problema.
    - 3.2.1 Primijeniti jednadžbu vrijednosti na zajmove otplaćene redovnim ratama kamata i kapitala. Izračunati otplate, kamate i komponente kapitala, efektivnu kamatnu stopu (APR) i izraditi raspored otplata.
    - 3.2.2 Izračunati cijenu ili prinos (nominalni ili realni uz inflaciju) od obveznice (s fiksnom kamatom ili vezanom na indeks) gdje ulagač podliježe odbitku poreza na dobit na isplate kupona, a otkupne uplate podliježu odbitku poreza na kapitalnu dobit.
    - 3.2.3 Izračunati tekući prinos i prinos za otkup za financijski instrument kako je opisano u 3.2.2.
    - 3.2.4 Izračunati gornju i donju granicu za sadašnju vrijednost financijskog instrumenta kako je opisano u 3.2.2, kada datum otkupa može biti jedan datum unutar zadatog raspona po izboru zajmoprimeca.
    - 3.2.5 Izračunati sadašnju vrijednost ili prinos (nominalni ili realni uz inflaciju) od obične dionice ili imovine, uz stalnu ili promjenjivu stopu rasta dividendi ili rente.
  - 3.3 Pokazati kako se tehnikе diskontiranog novčanog toka i jednadžbe vrijednosti mogu koristiti u procjenama projekta.
    - 3.3.1 Izračunati neto sadašnju vrijednost i akumuliranu dobit primitaka i plaćanja od investicijskog projekta po danim kamatnim stopama.
    - 3.3.2 Izračunati internu stopu povrata, razdoblje povrata i diskontirano razdoblje povrata i raspravite njihovu prikladnost za procjenu prikladnosti investicijskog projekta.
4. Bruto premije i pričuve za ugovore s fiksnom i promjenjivom naknadom
- 4.1 Definicija slučajne varijable bruto budućih šteta za standardne ugovore
  - 4.2 Izračunavanje bruto premija pod raznim prepostavkama
  - 4.3 Bruto premijske retrospektivne i prospektivne pričuve; veza i pripadni računi
  - 4.4 Rekurzivna relacija suksesivnih godišnjih pričuva
  - 4.5 Cilmerov ispravak i njegovi efekti

## Literatura

### Osnovna literatura

*Actuarial mathematics*. 2nd ed. Bowers, N. L.; Gerber, H. U.; Hickman, J. C. et al. Society of Actuaries, 1997. ISBN: 978-0938959465

- *Financial mathematics for actuaries*. 2nd ed. Chan, W.-S.; Tse, Y.-K. World Scientific Publishing, 2018. ISBN 9789813224674
- *Financial mathematics for actuarial science*. Wilders. R.J. CRC Press, 2020. ISBN 9780367253080
- *Fundamentals of actuarial mathematics*. 3rd ed.\* Promislow, D. John Wiley, 2015. ISBN 978-1118782460
- *An introduction to the mathematics of finance: a deterministic approach*. 2nd ed. S J Garrett. Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN 978-0080982403
- *Earlier edition: An introduction to the mathematics of finance*. [1st ed.] McCutcheon, J. J.; Scott, W. F. Heinemann, 1986. ISBN: 978-0434912285
- *Life assurance mathematics*. Scott, W. F. Heriot-Watt University, 1999.
- *Life contingencies*. Neill, A. Heinemann, 1977. ISBN: 0434914401
- *Life insurance mathematics*. 3rd ed. Gerber, H. U. Springer; Swiss Association of Actuaries, 1997. ISBN: 978-3540622420

- *Mathematics of compound interest.* Butcher, M. V.; Nesbitt, C. J. Ulrich's Books, 1971. ISBN: 978-0960300013
- *Modern actuarial theory and practice.* 2nd ed. Booth, P. M.; Chadburn, R. G.; Haberman, S. et al. Chapman & Hall, 2005. ISBN: 978-1584883685
- *Theory of financial decision making.* Ingersoll, J. E. Rowman & Littlefield, 1987. ISBN: 978-0847673599
- *The theory of interest.* 3rd ed. Kellison, S. G. McGraw-Hill-Irwin, 2008. ISBN: 978-0073382449

### 3. Modeli doživljjenja

Teme nastavnog plana

1. Modeli doživljjenja
2. Modeli s jednim dekrementom
3. Višestruki dekrementni i modeli višestrukih života
4. Premije i rezervacije

Detaljni ciljevi nastavnog plana

1. Modeli doživljjenja
  - 1.1 Objasniti koncept modela doživljjenja.
  - 1.1.1 Opisati model životnog vijeka ili vremena promjene stanja od starosti  $x$  kao slučajnu varijablu.
  - 1.1.2 Navesti uvjet konzistentnosti slučajne varijable koja predstavlja životni vijek različitih uzrasta.
  - 1.1.3 Definirati distribuciju i funkcije gustine slučajnog budućeg životnog vijeka, funkciju doživljjenja, intenzitet smrtnosti ili stope rizika i izvesti odnose između njih.
  - 1.1.4 Definirati aktuarske simbole  $t_{px}$  i  $t_{qx}$  i izvesti integralne formule za njih.
  - 1.1.5 Navedite Gompertz i Makeham zakon smrtnosti.
  - 1.1.6 Definirati cjelobrojni budući životni vijek od starosti  $x$  i navesti njegovu funkciju vjerovatnoće.
  - 1.1.7 Definirati simbole  $e_x$  i  $\bar{e}_x$  i izvesti aproksimativni odnos između njih. Definirati očekivanu vrijednost i varijansu potpunih i cjelobrojnih budućih života i izvesti izraze za njih.
  - 1.1.8 Opisati model s dva stanja jednog dekrementa i uporedite njegove prepostavke sa prepostavkama modela slučajnog trajanja životnog vijeka.
- 1.2 Opisati procedure procjene za distribucije životnog vijeka.
  - 1.2.1 Opisati različite načine na koje se podaci o životnom vijeku mogu cenzurirati.
  - 1.2.2 Opisati procjenu empirijske funkcije doživljjenja u odsustvu cenzurisanja i koji problemi nastaju cenzurisanjem.
  - 1.2.3 Opisati Kaplan-Meier (ili limit proizvoda) procjenu funkcije doživljjenja u prisustvu cenzurisanja, izračunati isti za tipične podatke i procijeniti njegovu varijansu.
  - 1.2.4 Opisati Nelson-Aalenovu procjenu kumulativne stope rizika u prisustvu cenzurisanja, izračunati isti za tipične podatke i procijenite njihovu varijansu.
  - 1.2.5 Opisati modele za proporcionalne opasnosti i kako se ovi modeli mogu koristiti za procjenu uticaja kovarijasi na rizik.

- 1.2.6 Opisati Cox-ov model za proporcionalne rizike, izvesti procjenu parcijalne vjerodostojnosti u odsustvu veza, i navesti asimptotiku distribuciju estimatora parcijalne vjerodostojnosti.
- 1.3 Izvesti procjene maksimalne vjerodostojnosti za intenzitete tranzicije.
- 1.3.1 Opisati plan posmatranja u odnosu na konačan broj posmatranih individua tokom konačnog vremenskog perioda, i definirati rezultirajuću statistiku, uključujući vremena čekanja.
- 1.3.2 Izvesti funkciju vjerodostojnosti za konstantne intenzitete tranzicije u Markov-ljevom modelu prelaza između stanja za date statistike u 4.3.1.
- 1.3.3 Izvesti procjene maksimalne vjerodostojnosti za intenzitete prijelaza u 4.3.2 i navesti njihovu asimptotsku zajedničku distribuciju.
- 1.3.4 Navesti Poisson-ovu aproksimaciju estimatora u 4.3.3 u slučaju jednog dekrementa.
- 1.4 Procijenite intenzitet tranzicije u zavisnosti od starosti (tačno ili census).
- 1.4.1 Objasniti važnost podjele podataka u homogene klase, uključujući podjelu prema starosti i polu.
- 1.4.2 Opisati princip korespondencije i objasniti njegovu fundamentalnu važnost u postupku procjene.
- 1.4.3 Navesti podatke potrebne za tačan izračun centralne izloženosti riziku (vrijeme čekanja) u zavisnosti od starosti i pola.
- 1.4.4 Izračunati centralnu izloženost riziku s obzirom na podatke u 4.4.3.
- 1.4.5 Objasniti kako dobiti procjene vjerovatnoća tranzicije.
- 1.4.6 Objasniti pretpostavke na kojima se temelji census aproksimacija vremena čekanja.
- 1.4.7 Objasniti koncept stope intervala.
- 1.4.8 Razviti census formule prema starosti na dan rođenja gdje se starost može klasifikovati kao sljedeća, posljednja ili najbliža u odnosu na rođendan prema potrebi, a podaci o smrti i cenzusu mogu koristiti različite definicije starosti.
- 1.4.9 Navesti starost na koju se primjenjuju procjene intenziteta ili vjerovatnoće tranzicije u 4.4.8.
- 1.5 Graduiranje i testovi graduacije.
- 1.5.1 Opisati i primijeniti statističke testove poređenja grubih procjena sa standardnom tablicom mortaliteta za testiranje:
- cjelokupno uklapanje.
  - prisustvo dosljedne pristrasnosti.
  - prisustvo individualnih starosnih grupa u kojima je uklapanje loše.
  - konzistentnost 'oblika' grubih procjena i standardne tabele.
- Za svaki test opisati:
- formulisanje hipoteze.
  - statistički test.
  - distribuciju statističkog testa koristeći aproksimacije gdje je to prikladno.
  - Primjenu statističkog testa.
- 1.5.2 Opisati razloge za graduiranje grubih procjena intenziteta ili vjerovatnoća tranzicije i navedite poželjna svojstva skupa graduiranih procjena.
- 1.5.3 Opisati test za glatkoću skupa graduiranih procjena.
- 1.5.4 Opisati proces graduiranja pomoću sljedećih metoda i navedite prednosti i nedostatke svake (od studenta se neće tražiti da izvrši graduiranje):
- Parametarska formula
  - Standardna tabela
  - Spline funkcije.
- 1.5.5 Opisati kako treba izmijeniti testove u 4.5.1 kako bi se uporedili sirovi i graduirani skupovi procjena.
- 1.5.6 Opisati kako testove u 4.5.1 treba izmijeniti kako bi se omogućilo prisustvo duplih polica.

1.5.7 Izvršiti poređenje skupa grubih procjena i standardne tabele ili skupa grubih procjena i skupa graduirane procjene.

1.6 Projekcija mortaliteta.

1.6.1 Opisati pristupe predviđanju budućih stopa mortaliteta na osnovu ekstrapolacije, objašnjenja i očekivanja, kao i njihove prednosti i nedostatke.

1.6.2 Opisati Lee-Carter, dob-period-kohortu i  $p$ -spline regresijske modele za predviđanje mortaliteta.

1.6.3 Koristiti odgovarajući kompjuterski paket da primijenite modele iz 4.6.2 na odgovarajući skup podataka o mortalitetu.

1.6.4 Navesti glavne izvore grešaka u prognozama mortaliteta.

## 2 Modeli s jednim dekrementom

2.1 Definirati različite ugovore o osiguranju i anuitetima.

2.1.1 Definirati sljedeće pojmove:

- Životno osiguranje
  - Privremeno životno osiguranje
  - Osiguranje doživljenja
  - Mješovito osiguranje
  - Doživotne rente
  - Privremene rente
  - Premija
  - Naknada
- uključujući ugovore o osiguranju i anuitetima kod kojih su naknade odgođene.

2.1.2 Opisati rad konvencionalnih ugovora s profitom, u kojima se dobit raspoređuje korištenjem redovitih povratnih bonusa i terminalnih bonusa. Opisati naknade koje se plaćaju prema gore navedenim ugovorima.

2.1.3 Opisati rad konvencionalnih ugovora vezanih za jedinicu, u kojima su naknade za smrt izražene kao kombinacija apsolutnog iznosa i u odnosu na udjele u fondu.

2.1.4 Opisati rad ugovora o akumuliranju s dobiti, u kojima koristi imaju oblik akumulirajućeg fonda premija, gdje:

- je fond definiran u novčanom iznosu, nema eksplicitne naknade i povećava se dodavanjem redovitih zajamčenih i bonusnih kamata plus terminalni bonus; ili
- je fond definiran u smislu vrijednosti udjela, podliježe eksplicitnim naknadama i povećava se redovitim dodacima bonusa plus terminalni bonus (objedinjen s dobiti).

U slučaju objedinjene dobiti, redoviti dodaci mogu imati oblik (a) povećanja jedinične cijene (zajamčeno i ili diskrečijsko) ili (b) dodjelu dodatnih jedinica.

U oba slučaja može se primijeniti zajamčena minimalna novčana naknada za smrt.

2.2 Razviti formule za očekivanu vrijednost i varijancu premije prema različitim ugovorima o osiguranju i anuitetima, uz prepostavku konstantne determinističke kamatne stope.

2.2.1 Opisati funkcije tablice smrtnosti  $I_x$  i  $d_x$  i njihove odabrane ekvivalente  $I_{[x]+r}$  i  $d_{[x]+r}$

2.2.2 Definirati sljedeće vjerojatnosti:  $nP_{x+r}$ ,  $nq_{x+r}$ ,  $n|m q_{x+r}$ ,  $nq_x$  i njihove odabrane ekvivalente  $nP_{[x]+r}$ ,  $nq_{[x]+r}$ ,  $n|m q_{[x]+r}$ ,  $nq_{[x]+r}$ .

2.2.3 Izrazite vjerojatnosti definirane u 4.2.2 u smislu funkcija tablice smrtnosti definiranih u 4.2.1.

2.2.4 Definirati faktore osiguranja i anuiteta te njihove odabrane i kontinuirane ekvivalente. Proširiti faktore anuiteta kako biste dozvolili mogućnost da su plaćanja češća od godišnjih, ali rjeđa od kontinuiranih.

2.2.5 Razumjeti i koristiti odnose između anuiteta koji se plaćaju unaprijed i u kašnjenju, te između privremenih, odgođenih i cijeloživotnih anuiteta.

2.2.6 Razumjeti i koristiti odnose između faktora osiguranja i anuiteta koristeći jednadžbu vrijednosti, te njihove odabrane i kontinuirane ekvivalente.

2.2.7 Izvesti izraze u obliku zbroja/integrala za srednju vrijednost i varijancu sadašnje vrijednosti isplata naknada prema svakom ugovoru definiranom u 4.1.1, u smislu (cjelobrojnog) slučajnog budućeg životnog vijeka, uz pretpostavku:

- nepredviđene naknade (stalne, rastuće ili opadajuće) plaćaju se sredinom ili na kraju godine nepredviđenog događaja ili kontinuirano.
- anuiteti se isplaćuju unaprijed, u kašnjenju ili kontinuirano, a iznos je stalan, povećava se ili smanjuje za stalnim novčanim iznosom ili fiksnom ili vremenski ovisnom varijabilnom stopom.
- premije se plaćaju unaprijed, u kašnjenju ili kontinuirano i za cijelo razdoblje police ili za ograničeno razdoblje. Gdje je prikladno, pojednostavite gornje izraze u oblik prikidan za procjenu pregledom u tablici ili drugim sredstvima.

2.2.8 Definirati i procijeniti očekivane akumulacije u smislu očekivanih vrijednosti za ugovore opisane u 4.1.1 i strukture ugovora opisane u 4.2.7.

### 3 Višestruki dekrementni i višestruki modeli života

3.1 Definirati i koristiti funkcije osiguranja i rente koje uključuju dva života.

3.1.1 Proširiti tehnike ciljeva 4.2 kako bi radili sa novčanim tokovima koji ovise o smrti ili doživljaju jednog ili oba osiguranika.

3.1.2 Proširiti tehniku iz 5.1.1 kako bi radili sa funkcijama koje ovise o određenom terminu kao i dobi.

3.1.3 Opisati i ilustrirati metode vrednovanja novčanih tokova koji su ovisni o višestrukim prijelaznim događajima.

3.1.4 Definirati zdravstveno osiguranje i opisati jednostavne strukture premija i naknada zdravstvenog osiguranja.

3.1.5 Objasniti kako se novčani tok, uvjetovan višestrukim prijelaznim događajima, može vrednovati korištenjem Markovljevog modela s više stanja, u smislu sila i vjerojatnosti prijelaza.

3.1.6 Izraditi formule za očekivane sadašnje vrijednosti novčanih tokova koji su ovisni o višestrukim prijelaznim događajima, uključujući jednostavne premije i naknade zdravstvenog osiguranja, i izračunati ih u jednostavnim slučajevima. Redovne premije i naknade za bolovanje plaćaju se kontinuirano, a naknade za osiguranje plaćaju se odmah nakon prijelaza.

3.2 Opisati i koristiti metode projiciranja i vrednovanja očekivanih novčanih tokova koji su ovisni o višestrukim događajima smanjenja.

3.2.1 Opisati konstrukciju i upotrebu tablica višestrukih dekremenata.

3.2.2 Definirati višestruki dekrementni model kao poseban slučaj Markovljevog modela s više stanja.

3.2.3 Izvesti ovisne vjerojatnosti za model višestrukog dekrementa u smislu zadanih sila prijelaza, uz pretpostavku da su sile prijelaza konstantne tijekom jedne godine starosti.

3.2.4 Izvesti sile prijelaza iz zadanih ovisnih vjerojatnosti, uz pretpostavku da su sile prijelaza konstantne tijekom jedne godine starosti.

### 4 Premije i rezervacije

4.1 Definirati bruto slučajni budući gubitak prema ugovoru o osiguranju i navedite načelo ekvivalentnosti.

4.2 Opisati i izračunati bruto premije i rezerve osiguranja.

4.2.1 Definirati i izračunajte bruto premije za naknade iz ugovora o osiguranju kako je definirano u cilju 4.1 pod različitim scenarijima koji koriste načelo ekvivalencije ili na drugi način:

- Ugovori mogu prihvatiti samo jednokratnu premiju.
- Redovne premije i anuitetne naknade mogu se platiti godišnje češće nego godišnje ili kontinuirano.

- Naknade za smrt (koje se povećavaju ili smanjuju za stalnu stopu složene ili za konstantan novčani iznos) mogu platiti na kraju godine smrti ili odmah nakon smrti.
- Naknade za doživljenje (osim anuiteta) mogu se isplatiti u određenim vremenskim razmacima osim po dospijeću.

4.2.2 Nавести zašto će osiguravajuće društvo formirati pričuve.

4.2.3 Definirati i izračunati bruto prospektivne i retrospektivne rezerve.

4.2.4 Nавести uvjete pod kojima je, općenito, prospektivna pričuva jednaka retrospektivnoj pričuvi koja uključuje troškove.

4.2.5 Dokazati da je pod odgovarajućim uvjetima prospektivna pričuva jednaka retrospektivnoj pričuvi, sa ili bez naknade za troškove, za sve ugovore o fiksним primanjima i ugovorima o naknadama za povećanje/smanjenje.

4.2.6 Dobiti rekurzivne odnose između uzastopnih periodičnih bruto premijskih rezervi i koristiti ovaj odnos za izračunavanje dobiti zarađene od ugovora tijekom razdoblja.

4.2.7 Opisati koncepte neto premije i neto vrednovanja premije i kako se oni odnose na bruto premije i bruto vrednovanje premije

4.3 Definirati i izračunati, za jednu policu ili portfelj polica (po potrebi):

- suma pod rizikom smrtnosti
- očekivani pritisak smrtnosti
- stvarni pritisak smrtnost
- profit od mortaliteta

za police s naknadama u slučaju smrti koje se plaćaju odmah nakon smrti ili na kraju godine smrti, police s isplatom rente na početku godine ili po doživljaju na kraju godine i police u kojima se plaćaju pojedinačne ili nejednokratne premije.

4.4 Projektirati očekivane buduće novčane tokove za cjeloživotna osiguranja, mješovita i privremena osiguranja, anuitete, ugovore vezane uz jedinicu (unit-linked) i konvencionalne/unit-linked ugovore s profitom, uključujući višestruke modele smanjenja prema potrebi.

4.4.1 Profit test gore navedenih ugovora o životnom osiguranju i odrediti profitni vektor, profit signature, neto sadašnja vrijednost i profitnu maržu.

4.4.2 Pokazati kako se profit test može koristiti za utvrđivanje cijene proizvoda i upotrijebite profit test za izračunavanje premije za gore navedene vrste ugovora o životnom osiguranju.

4.4.3 Pokazati kako se bruto premijske rezerve mogu izračunati korištenjem gornjeg modela projekcije novčanog toka i uključiti kao dio testiranja dobiti.

4.5 Pokazati kako se za ugovore vezane uz jedinicu mogu uspostaviti rezerve koje nisu jedinične kako bi se eliminirali budući negativni novčani tokovi, koristeći model testa dobiti.

## Literatura

Osnovna literatura:

- An actuarial survey of statistical models for decrement and transition data.  
Macdonald, A.S. *British Actuarial Journal* (1996) 2: 129-155; 429-448; 703-726.  
I. Multiple state, Poisson and binomial models. *BAJ* 2: 129-155.  
(DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700003366>)  
II. Competing risks, non-parametric and regression models. *BAJ* 2: 429-448  
(DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700003469>)  
III. Counting process models. *BAJ* 2: 703-726.  
(DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700003524>)
- *Analysing survival data from clinical trials and observational studies*. Marubini, E.; Valsecchi, M. G. - John Wiley, 2004. ISBN: 978-0470093412

- *The analysis of mortality and other actuarial statistics*. 3rd ed. Benjamin, B.; Pollard, J. H. - Institute and Faculty of Actuaries, 1993. ISBN: 978-0901066268
- *Actuarial mathematics for life contingent risks*. 3rd ed.\* Dickson, D.C.M.; Hardy, M.R.; Waters, H.R. Cambridge University Press, 2020. ISBN: 978-108478083
- *Actuarial models for disability insurance*. Haberman, S.; Pitacco, E. Chapman & Hall, 1999. ISBN: 978-0849303890
- *The analysis of mortality and other actuarial statistics*. 3rd ed. Benjamin, B.; Pollard, J. H. Institute and Faculty of Actuaries, 1993. ISBN: 978-0901066268
  
- *Competing risks and multistate models with R*. - Beyersmann, J., Schumacher, M. and Allignol, A. - Springer, 2012. ISBN: 978-1461420347
- *Demographic methods*. Hinde, A. - Routledge, 1998. ISBN: 9780340718926
- *Effective statistical learning methods for actuaries: I. [Generalised Linear Models] GLMs and extensions*. - Denuit, M., Hainaut, D. and Trufin, J. - Springer, 2019. ISBN 978-3030258207
- *Introduction to actuarial modeling*. Hickman, J. C. North American Actuarial Journal (1997) 1(3): 1-5. (DOI: <https://doi.org/10.1080/10920277.1997.10595621>)
- *An introduction to statistical modelling*. Dobson, A. J. - Chapman & Hall, 1983. 125 pages. ISBN: 978-0412248603
- *Modelling mortality with actuarial applications*. Macdonald, A.S., Richards, S.J. and Currie, I.D. - Cambridge University Press, 2018. ISBN: 978-1107045415 (IFoA Core Reading CS2 makes reference to chapters 12 and 13).
- *Mortality studies*. Scott, W. F. - University of Aberdeen, Department of Mathematical Sciences, 2000.
- *Survival models and data analysis*. Elandt-Johnson, R. C.; Johnson, N. L. - John Wiley, 1999. ISBN: 978-0471349921
- A cohort-based extension of the Lee-Carter model for mortality reduction factors. Renshaw, A.E. and Haberman, S. *Insurance: Mathematics and Economics* (2006) 38(3): 556-570.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2005.12.001>
- Lee-Carter mortality forecasting: a multi-country comparison of variants and extensions. Booth, H., Hyndman, R.J. and de Jong, P. *Demographic Research* (2006) 15: 289-310.  
DOI: <https://doi.org/10.4054/DemRes.2006.15.9>
- Longevity risk and annuity pricing with the Lee-Carter model. Richards, S.J and Currie, I.D. *British Actuarial Journal* (2009) 15(2): 317-343.  
DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700005675>
- Mortality modeling and forecasting: a review of methods. Booth, H. and Tickle, L. *Annals of Actuarial Science* (2008) 3(1-2): 3-43.  
DOI: <https://doi.org/10.1017/S1748499500000440>.
- Robust forecasting of mortality and fertility rates: a functional data approach. Hyndman, R.J. and Ullah, M.S. *Computational Statistics and Data Analysis* (2007) 51: 4492-4456.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.07.028>
- Stochastic methods in population forecasting. Alho, J.M. *International Journal of Forecasting* (1990) 6(4): 521-530.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/0169-2070\(90\)90030-F](https://doi.org/10.1016/0169-2070(90)90030-F)

#### **4. Stohastičko modeliranje i modeli rizika**

Teme nastavnog plana

1. Vremenske serije
2. Slučajni procesi

3. Slučajne varijable i distribucije za modeliranje rizika
4. Modeli rizika
  - a. Modeli iznosa šteta
  - b. Modeli frekvencije šteta
  - c. Agregatni modeli
5. Procjena obaveza i metode rezervisanja

#### Detaljni ciljevi nastavnog plana

1. Vremenske serije
  - 1.1. Koncepti koji su u osnovi modela vremenskih serija.
    - 1.1.1. Objasniti koncept i opšta svojstva stacionarne,  $I(0)$ , i integrisane,  $I(1)$ , univariantne vremenske serije.
    - 1.1.2. Objasniti koncept stacionarnog slučajnog niza.
    - 1.1.3. Objasniti koncept filtera koji se primjenjuje na stacionarni slučajni niz.
    - 1.1.4. Prezentirati notaciju za operator pomaka unatrag, operator razlike unatrag i koncept korijena karakteristične jednačine vremenske serije.
    - 1.1.5. Objasniti koncepte i osnovna svojstva autoregresije (AR), pokretnog prosjeka (MA), autoregresivnog kretanja pokretnog prosjeka (ARMA) i autoregresivni integrirani pokretni prosjek (ARIMA) vremenske serije.
    - 1.1.6. Objasniti koncept i svojstva diskretnog slučajnog šetanja nasumičnih i slučajnih koraka sa normalno raspoređenim priraštajima sa i bez skretanja.
    - 1.1.7. Objasniti osnovni koncept multivariantnog autoregresivnog modela.
    - 1.1.8. Objasniti koncept kointegriranih vremenskih serija.
    - 1.1.9. Pokazati da određeni univariantni modeli vremenske serije imaju Markovljevo svojstvo i opisati kako preuređiti univariantni model vremenske serije kao multivariantni Markovljev model.
  - 1.2. Primjena modela vremenskih serija.
    - 1.2.1. Opisati procese identifikacije, procjene i dijagnoze vremenske serije, kriterije za izbor između modela i dijagnostičkih testova koji se mogu primijeniti na ostatke vremenske serije nakon procjene.
    - 1.2.2. Ukratko opisati druge nestacionarne, nelinearne modele vremenskih serija.
    - 1.2.3. Opisati jednostavne primjene modela vremenske serije, uključujući slučajnu šetnju, autoregresivne i kointegrirane modele, kako se primjenjuju na cijenu vrijednosnih papira i druge ekonomski varijable.
    - 1.2.4. Razviti determinističke prognoze iz vremenskih serija podataka, koristeći jednostavnu ekstrapolaciju i modele pokretnog prosjeka, primjenom tehnika izravnjavanja i sezonskog prilagođavanja kada je to prikladno.
2. Stohastički procesi
  - 2.1. Opisati i klasifikovati stohastičke procese.
    - 2.1.1. Definisati u opštem smislu stohastički proces, a posebno proces brojanja.
    - 2.1.2. Klasificirati stohastički proces prema tome da li:
      - radi u kontinuiranom ili diskretnom vremenu.
      - ima kontinuirani ili diskretni prostor stanja.
      - je mješoviti tip.Navesti primjere svake vrste procesa.
    - 2.1.3. Opisati moguće primjene mješovitih procesa.
    - 2.1.4. Objasniti šta se podrazumijeva pod Markov-ljevim svojstvom u kontekstu stohastičkog procesa i u smislu filtracija.
  - 2.2. Definirati i primijeniti Markovljev lanac.
    - 2.2.1. Navesti bitne karakteristike modela Markov-ljevog lanca.
    - 2.2.2. Navesti Chapman–Kolmogorov-ove jednačine koje predstavljaju Markov-ljev lanac.

- 2.2.3. Izračunati stacionarnu raspodjelu za Markov-ljev lanac u jednostavnim slučajevima.
- 2.2.4. Opisati sistem procjene iskustva zasnovanog na frekvenciji u smislu Markov-ljevog lanca i opisati druge jednostavne aplikacije.
- 2.2.5. Opisati vremenski nehomogeni model Markov-ljevog lanca i opisati jednostavne primjene.
- 2.2.6. Demonstrirati kako se Markov-ljevi lanci mogu koristiti kao alat za modeliranje i kako se mogu simulirati.
- 2.3. Definirati i primijeniti Markov-ljev proces.
- 2.3.1. Navedite bitne karakteristike modela Markov-ljevog procesa.
- 2.3.2. Definisati Poisson-ov proces, izvesti distribuciju broja događaja u datom vremenskom intervalu, izvesti raspodjelu vremena između događaja i primjeniti ove rezultate.
- 2.3.3. Izvesti Kolmogorov-ljeve jednadžbe za Markov-ljev proces sa vremenski neovisnim i vremenski zavisnim prijelazom intenziteta.
- 2.3.4. Rješavanje Kolmogorov-ljevih jednačina u jednostavnim slučajevima.
- 2.3.5. Opisati jednostavne modele preživljavanja, modele bolesti i modele braka u smislu Markov-ljevih procesa i opisati druge jednostavne aplikacije.
- 2.3.6. Navesti Kolmogorov-ljeve jednačine za model u kojem intenziteti tranzicije zavise ne samo od vremena, već i o trajanju boravka u jednom ili više stanja.
- 2.3.7. Opisati modele bolesti i braka u smislu Markovljevih procesa zavisnih od trajanja i opisati druge jednostavne aplikacije.
- 2.3.8. Demonstrirati kako se procesi Markov-skog skoka mogu koristiti kao alat za modeliranje i kako se mogu simulirati.
- 2.3.9. Uvod u Monte Carlo simulaciju stohastičkih procesa
- generiranje pseudo-slučajnih brojeva pomoću računala, multiplikativni algoritam
  - simulacija slučajnih varijabli: metoda inverzne transformacije, metoda prihvaćanja i odbacivanja, Box-Müllerov algoritam, polarni algoritam
  - simulacija niza koreliranih normalnih slučajnih varijabli
  - usporedba pseudo-slučajnih i slučajnih brojeva
3. Slučajne varijable i distribucije za modeliranje rizika
- 3.1 Distribucije šteta, sa i bez podjele rizika.
- 3.1.1 Svojstva statističkih distribucija koje su pogodne za modeliranje pojedinačnih i agregatnih šteta.
- 3.1.2 Objasniti koncepte franšize (odbitaka) i limita samopridržaja.
- 3.1.3 Opisati rad jednostavnih oblika proporcionalnog i ekscedentnog reosiguranja šteta.
- 3.1.4 Izvesti distribuciju i odgovarajuće momente iznosa šteta koje su platili osiguravač i reosiguravač uz prisustvo franšize i reosiguranja.
- 3.1.5 Procijeniti parametre failure time ili distribucije šteta kada su podaci potpuni ili kada su nepotpuni, koristeći maksimalnu vjerodostojnost i metodu momenata.
- 3.1.6 Kalibrirati statističku distribuciju u skup podataka i izračunati odgovarajuće mjere goodness-of-fit.
- 3.2 Složene distribucije
- 3.2.1 Definirati složenu Poisson-ovu distribuciju i pokažite da je zbir nezavisnih slučajnih varijabli, od kojih svaka ima složenu Poissonovu distribuciju, također ima složenu Poissonovu distribuciju.
- 3.2.2 Izvesti srednju vrijednost, varijansu i koeficijent asimetrije za složenu binomnu, složenu Poisson-ovu i negativnu binomnu slučajnu varijablu.
- 3.2.3 Ponoviti 1.2.4 i za osiguravača i za reosiguravača nakon operacije jednostavnih oblika proporcionalnog reosiguranja i reosiguranja viška šteta.

### 3.3 Uvod u teoriju ekstremnih vrijednosti.

- 3.3.1 Prepoznati distribucije ekstremnih vrijednosti, pogodne za modeliranje distribucije iznosa šteta i njihovih odnosa
- 3.3.2 Izračunati različite mjere težine repa i interpretirati rezultate kako bi uporedili težine repa.

## 4. Modeli rizika

### 4.1 Osnove modela iznosa šteta

- 4.2.1 Prepoznati klase distribucija, uključujući distribucije ekstremnih vrijednosti, prikladne za modeliranje distribucije iznosa štete i njihove međusobne odnose.
- 4.2.2 Primijeniti sljedeće tehnike za stvaranje novih distribucija: množenje s konstantom, potenciranje, eksponenciranje, miješanje (kombiniranje).
- 4.2.3 Izračunati različite mjere težine repa distribucije i interpretirati rezultate radi usporedbi težine repova.

### 4.2 Osnove modela učestalosti šteta

- 4.3.1 Objasniti karakteristike distribucija prikladnih za modeliranje učestalosti šteta, na primjer: Poissonova, miješana Poissonova, binomna, negativna binomna i geometrijska distribucija.
- 4.3.2 Identificirati primjene za koje se svaka od distribucija može koristiti; objasniti razloge za njihovu primjenu; te primijeniti distribuciju na danu primjenu, uz poznate parametre.

### 4.3 Osnove agregatnih modela

- 4.4.1 Izračunati relevantne momente, vjerojatnosti i druge distribucijske veličine za kolektivne modele rizika.
- 4.4.2 Izračunati distribucije agregiranih šteta i koristiti ih za izračun vjerojatnosti gubitaka.
- 4.4.3 Procijeniti učinak izmjena pokrića (franšize, limiti i suosiguranje) i inflacije na agregatne modele.

## 5. Procjena obaveza

### 5.1 Teorija propasti (eng. ruin theory).

- 5.1.1 Objasniti šta se podrazumijeva pod procesom zbirnih šteta i procesom novčanog toka za rizik.
- 5.1.2 Koristiti Poissonov proces i distribuciju vremena između događaja za izračunavanje vjerovatnoće broja događaja u zadatom vremenskom intervalu i vremenu čekanja.
- 5.1.3 Definirati složeni Poissonov proces i izračunati vjerovatnoće korištenjem simulacije.
- 5.1.4 Definirati vjerovatnoću propasti u beskonačnom/konačnom i kontinuiranom/diskretnom vremenu i stanju i objasniti odnose između različitih vjerovatnoća propasti.
- 5.1.5 Objasniti rasuđivanjem ili simulacijom uticaj promjene vrijednosti parametara na vjerovatnoću propasti, kako u konačnom tako i u beskonačnom vremenu.
- 5.1.6 Izračunati vjerovatnoću propasti simulacijom.

### 5.2 Trouglovi rješavanja šteta (eng. run-off triangles).

- 5.2.1 Definirati razvojni faktor i pokazati kako se skup pretpostavljenih razvojnih faktora može koristiti za projektovanje budućnosti razvoja trougla rješavanja.
- 5.2.2 Opisati i primijeniti osnovnu metodu ulančane ljestvice za kompletiranje trougla rješavanja koristeći faktore razvoja.
- 5.2.3 Pokazati kako se osnovna metoda lančanih ljestvica može prilagoditi da bi se eksplicitno uzela u obzir inflacija.

- 5.2.4 Opisati i primijeniti metod prosječne štete za procjenu neizmirenih iznosa šteta.
  - 5.2.5 Opisati i primijeniti Bornhuetter-Fergusonovu metodu za procjenu neizmirenih iznosa šteta.
  - 5.2.6 Opisati kako se statistički model može koristiti za objašnjenje pristupa trouglova rješavanja šteta.
  - 5.2.7 Razmotriti pretpostavkame koje su u osnovi primjene metoda od 5.2.1 do 5.2.6.
- 5.3 Vrednovati osnovne garantovane naknade korištenjem tehnika simulacije.

## Literatura

### Osnovna literatura:

1. An actuarial survey of statistical models for decrement and transition data.  
Macdonald, A.S. *British Actuarial Journal* (1996) **2**: 129-155; 429-448; 703-726.  
I. Multiple state, Poisson and binomial models. *BAJ* **2**: 129-155.  
(DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700003366>)  
II. Competing risks, non-parametric and regression models. *BAJ* **2**: 429-448  
(DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700003469>)  
III. Counting process models. *BAJ* **2**: 703-726.  
(DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700003524>)
2. *Analysing survival data from clinical trials and observational studies*. Marubini, E.; Valsecchi, M. G. - John Wiley, 2004. ISBN: 978-0470093412
3. *The analysis of mortality and other actuarial statistics*. 3rd ed. Benjamin, B.; Pollard, J. H. - Institute and Faculty of Actuaries, 1993. ISBN: 978-0901066268
4. *Basic stochastic processes: a course through exercises*. Brzezniak, Z.; Zastawniak, T. - Springer, 1998. ISBN: 978-3540761754
5. *Basic stochastic processes*. De Volder, P.; Janssen, J.; Manca, R. - John Wiley, 2015. ISBN: 978-1119184546
6. *Competing risks and multistate models with R*. - Beyersmann, J., Schumacher, M., and Allignol, A. - Springer, 2012. ISBN: 978-1461420347
7. *Demographic methods*. Hinde, A. - Routledge, 1998. ISBN: 9780340718926
8. *Effective statistical learning methods for actuaries: I. [Generalised Linear Models] GLMs and extensions*. - Denuit, M., Hainaut, D. and Trufin, J. - Springer, 2019. ISBN 978-3030258207
9. *Introduction to actuarial modeling*. Hickman, J. C. *North American Actuarial Journal* (1997) 1(3): 1-5. (DOI: <https://doi.org/10.1080/10920277.1997.10595621>)
10. *An introduction to statistical modelling*. Dobson, A. J. - Chapman & Hall, 1983. 125 pages. ISBN: 978-0412248603
11. *Introductory statistics with applications in general insurance*. 2nd ed. Hossack, I. B.; Pollard, J. H.; Zehnwirth, B. - Cambridge University Press, 1999. ISBN: 978-0521655347
12. *Loss models: from data to decisions*. 5th ed. Klugman, S. A.; Panjer, H. H.; Willmot, G. E. - John Wiley, 2019. ISBN: 978-1118215323
13. *Machine learning with R: expert techniques for predictive modeling to solve all your data analysis problems*. 2nd ed. Lantz, B. - Packt Publishing, 2013. ISBN: 978-1784393908
14. *Modeling, analysis, design and control of stochastic systems*. Kulkarni, V.G. - Springer, 1999. ISBN: 0387987258.
15. *Modelling mortality with actuarial applications*. Macdonald, A.S., Richards, S.J. and Currie, I.D. - Cambridge University Press, 2018. ISBN: 978-1107045415  
(IFoA Core Reading CS2 makes reference to chapters 12 and 13).
16. *Mortality studies*. Scott, W. F. - University of Aberdeen, Department of Mathematical Sciences, 2000.

17. *Non-life actuarial models: theory, methods and evaluation*. Tse, Y-K. - Cambridge University Press, 2009. 524 pages. ISBN: 978-052764650
18. *Probability and random processes*. 3rd ed. Grimmett, G.; Stirzaker, D. - Oxford University Press, 2001. ISBN: 978-0198572220
19. *Practical risk theory for actuaries*. Daykin, C. D.; Pentikainen, T.; Pesonen, M. - Chapman & Hall, 1994. ISBN: 978-0412428500
20. *Risk modelling in general insurance: from principles to practice*. Gray, R.J.; Pitts, S.M. - Cambridge University Press, 2012. xiv, 393 pages. ISBN: 978-0521863940
21. *The statistical analysis of failure time data*. 2nd ed. Kalbfleisch, J.D.; Prentice, R.L. - Wiley-Blackwell, 2002. ISBN 978-1420099607
22. *Stochastic processes: an introduction*. 2nd ed. Jones, P; Smith, P. Arnold. - Chapman & Hall, 2009. ISBN 978-1420099607
23. *Survival models and data analysis*. Elandt-Johnson, R. C.; Johnson, N. L. - John Wiley, 1999. ISBN: 978-0471349921
24. A cohort-based extension of the Lee-Carter model for mortality reduction factors. Renshaw, A.E. and Haberman, S. *Insurance: Mathematics and Economics* (2006) 38(3): 556-570.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2005.12.001>
25. Lee-Carter mortality forecasting: a multi-country comparison of variants and extensions. Booth, H., Hyndman, R.J. and de Jong, P. *Demographic Research* (2006) 15: 289-310.  
DOI: <https://doi.org/10.4054/DemRes.2006.15.9>
26. Longevity risk and annuity pricing with the Lee-Carter model. Richards, S.J and Currie, I.D. *British Actuarial Journal* (2009) 15(2): 317-343.  
DOI: <https://doi.org/10.1017/S1357321700005675>
27. Mortality modeling and forecasting: a review of methods. Booth, H. and Tickle, L. *Annals of Actuarial Science* (2008) 3(1-2): 3-43.  
DOI: <https://doi.org/10.1017/S1748499500000440>
28. A practical introduction to machine learning concepts for actuaries. Chalk, A. and McMutrie, C. *Casualty Actuarial Society e-Forum* (2016). Spring. 50 p.
29. Robust forecasting of mortality and fertility rates: a functional data approach. Hyndman, R.J. and Ullah, M.S. *Computational Statistics and Data Analysis* (2007) 51: 4492-4456.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.07.028>
30. Stochastic methods in population forecasting. Alho, J.M. *International Journal of Forecasting* (1990) 6(4): 521-530.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/0169-2070\(90\)90030-F](https://doi.org/10.1016/0169-2070(90)90030-F)

## 5. Podaci, sistemi i mašinsko učenje

### 5.1. Podaci kao izvor za rješavanje problema

- 5.1.1 Mogući ciljevi analize podataka (npr. deskriptivna, inferencijalna, prediktivna)
- 5.1.2 Faze provođenja analize podataka u rješavanju problema iz stvarnog svijeta na znanstveni način i alati prikladni za svaku fazu
- 5.1.3 Izvori podataka i karakteristike različitih izvora podataka, uključujući iznimno velike skupove podataka
- 5.1.4 Uobičajene strukture podataka i sistemi za pohranu podataka
- 5.1.5 Mjere kvalitete podataka
- 5.1.6 Alati prikladni za čišćenje, restrukturiranje i transformaciju podataka kako bi bili prikladni za analizu

### 5.2. Analiza podataka

- 5.2.1 Svrha eksploracijske analize podataka
- 5.2.2 Izračun sažetka statistike pomoću prikladnih alata i eksploracijska vizualizacija podataka
- 5.2.3 Smanjenje dimenzionalnosti složenog skupa podataka pomoću analize glavnih komponenti
- 5.2.4 Prilagodba statističke distribuciju skupu podataka pomoću računalnog paketa i izračun odgovarajuće mjere „goodness of fit“
- 5.2.5 Prilagodba jednostavnog ili višestrukog linearног regresijskog modela skupu podataka pomoću računalnog paketa i interpretacija rezultata
- 5.2.6 Prilagodba modela doživljjenja skupu podataka pomoću računalnog paketa i interpretacija rezultata
- 5.2.7 Prilagodba generaliziranog linearног modela skupu podataka pomoću računalnog paketa i interpretacija rezultata

### 5.3. Statističko učenje

- 5.3.1 Statističko učenje i strojno učenje te razliku između učenja pod nadzorom i učenja bez nadzora
- 5.3.2 Kad je strojno učenje prikladan pristup rješavanju problema i primjeri vrsta problema kojima se obično bavi strojno učenje, razlika između diskretnih i kontinuiranih pristupa
- 5.3.3 Najčešće korištene tehnike strojnog učenja u svakom od četiri područja definirana podjelama nadzirano/nenadzirano i diskretno/kontinuirano
- 5.3.4 Primjena odgovarajućeg računalnog paketa za primjenu neuronskih mreža i tehnika koje se temelje na stablu odlučivanja za jednostavne probleme strojnog učenja

### 5.4. Profesionalni izazovi i izazovi u upravljanju rizicima

- 5.4.1 Etički i regulatorni izazovi uključeni u rad s osobnim podacima i iznimno velikim skupovima podataka
- 5.4.2 Glavni izazovi politike upravljanja podacima i njezina važnost za organizaciju
- 5.4.3 Rizici povezani s korištenjem podataka, uključujući algoritamsko odlučivanje

### 5.5. Vizualizacija podataka i izvještavanje

- 5.5.1 Vizualizacija podataka u cilju izvještavanja ključnih zaključaka analize
- 5.5.2 Značenje i vrijednost ponovljivog istraživanja i elementi potrebni za osiguranje ponovljivosti analize podataka

## 6. Aktuarsko upravljanje rizicima

### 6.1 Načela aktuarskog modeliranja

- Poželjna svojstva mjere rizika
- Mjere rizika, uključujući *Value at Risk* i *Tail Value at Risk*, njihova svojstva, upotreba i ograničenja
- Testiranje osjetljivosti i *stress testing* pretpostavki te važnost ovog dijela procesa modeliranja
- Dokumentacija za potrebe revizije koja omogućuje detaljnu provjeru i ispitivanje modela na visokoj razini
- Priopćavanja rezultata primjene modela i odgovarajuća dokumentacija

### 6.2 Okruženje rizika

- Primjena koncepcata aktuarskog kontrolnog ciklusa na proces upravljanja rizikom
- Koncept upravljanja rizikom poduzeća (ERM)
- Aspekti operativnog okruženja i njihova relevantnost za ERM proces (zakonodavno i regulatorno okruženje; finansijska i investicijska tržišta; čimbenici održivosti i okoliša; operativni sektor organizacije, uključujući potražnju za određenim proizvodima)
- Potreba finansijskih institucija za kapitalom i različite mjere kapitala, uključujući regulatorni i ekonomski kapital
- Sklonost riziku (*risk appetite*) i kultura rizika te važnost odnosa ključnih dionika prema riziku
- Elementi ERM okvira pojedine organizacije

### 6.3 Identifikacija rizika

- Rizici i klasifikacija rizika uključujući: finansijski rizik, rizik osiguranja, rizik okoliša, operativni rizik i poslovni rizik
- Utjecaj dizajna proizvoda i usluga na izloženost riziku sudionika u transakciji i na izloženost pojedine transakcije
- Utjecaj karakteristika stranaka u transakciji na prirodu rizika koji svaka od njih snosi i na izloženost pojedine transakcije
- Svrha klasifikacije rizika
- Razliku između rizika (mjerljivog) i neizvjesnosti (nemjerljivog)
- Koncept udruživanja rizika i portfeljski pristup ukupnom upravljanju rizicima

### 6.4 Mjerenje i modeliranje rizika

- Upotreba modela za upravljanje rizikom u kontekstu određivanja cijene, pričuva, vrednovanja i upravljanja kapitalom uključujući odgovarajući dodatak za troškove
- Principi i proces postavljanja pretpostavki za ulazne podatke modela
- Metode agregacije rizika, njihove relativne prednosti i nedostatci te tehnike za modeliranje ovisnosti
- Prednosti diverzifikacije, principe alokacije i doprinose riziku i njihova primjena u alokaciji kapitala na rizik po vrstama osiguranja
- Primjena mjera rizika u upravljanjem kapitalom (uključujući „Value-at-Risk“, „Expected Shortfall“ i scenarije/testiranje stresa)
- Primjena ovih modela na praktične probleme u osiguranju, mirovinama ili novom području aktuarske prakse

### 6.5 Mitigacija rizika i upravljanje rizikom

- Najčešće tehnike za mitigaciju i upravljanje rizikom: izbjegavanje, prihvatanje, smanjenje, prijenos i praćenje
- Načela upravljanja imovinom/obvezama i njihova primjena na glavne vrste obveza finansijskih institucija
- Aspekti upravljanja rizikom određenog poslovnog problema i prikladna strategija upravljanja rizikom
- Dionici, njihovi interesi i utjecaj na strategiju upravljanja rizikom

- Implikacija rizika na kapitalne zahtjeve, uključujući ekonomске i regulatorne kapitalne zahtjeve

#### 6.6 Praćenje rizika i komunikacija

- Ovisnost prikupljanja podataka i analiza realizacija rizika ovise o drugim fazama kontrolnog ciklusa i plan prikupljanja podataka za dati profil rizika
- Revidiranje modela i pretpostavki i poboljšanje budućeg upravljanja rizikom temeljeno na rezultatima praćenja realizacije rizika
- Dobro argumentirani izbori u području mjerjenja rizika i upravljanja rizicima za potrebe menadžera i dionika

## 7. Investiranje i upravljanje imovinom

Teme nastavnog plana

1. Klase imovine
2. Teorije ponašanja na finansijskom tržištu
3. Mjere rizika ulaganja
4. Modeli stohastičkog povrata ulaganja
5. Vrednovanje imovine
6. Teorija opcija

Detaljni ciljevi nastavnog plana

1. Klase imovine
  - 1.1 Pregled investicijskih klasa
  - 1.2 Instrumenti stalnih prihoda
  - 1.3 Dionice
  - 1.4 Nekretnine
  - 1.5 Izvedenice
    - 1.5.1 Vrste izvedenica
    - 1.5.2 Unaprijedni ugovori
    - 1.5.3 Opcije
  - 1.6 Investicijski fondovi
2. Teorije ponašanja na finansijskom
  - 2.1 Teorija racionalnih očekivanja.
    - 2.1.1 Razmotriti tri oblika hipoteze o efikasnim tržištima (eng. efficient markets hypothesis) i njihovim posljedicama na upravljanje investicijama.
    - 2.1.2 Ukratko opisati dokaze za ili protiv svakog oblika hipoteze o efikasnom tržištu.
  - 2.2 Teorija racionalnog odlučivanja.
    - 2.2.1 Objasniti značenje pojma 'funkcija korisnosti' (eng. utility function).
    - 2.2.2 Objasniti aksiome koji su u osnovi teorije korisnosti i teoremu očekivane korisnosti.
    - 2.2.3 Objasniti kako se sljedeće ekonomski karakteristike investitora mogu matematički izraziti u funkciji korisnosti:
      - Nezasićenje
      - Averzija prema riziku, neutralnost rizika i traženje rizika
      - Smanjenje ili povećanje apsolutne i relativne averzije prema riziku.
    - 2.2.4 Razmotriti ekonomski svojstva uobičajenih funkcija korisnosti.

- 2.2.5 Razmotriti kako funkcija korisnosti može ovisiti o trenutnom bogatstvu i razmotriti funkcije korisnosti koje zavise od stanja.
- 2.2.6 Izvršiti kalkulacije koristeći uobičajene funkcije korisnosti za upoređivanje mogućnosti ulaganja.
- 2.2.7 Navesti uslove za absolutnu dominaciju i za dominaciju prvog i drugog reda.
- 2.2.8 Analizirati jednostavne probleme osiguranja u smislu teorije korisnosti.
- 2.3 Ekonomija ponašanja (eng. Behavioural economics)
- 2.3.1 Opišite glavne karakteristike Kahneman-ove i Tversky-jeve perspektive teorije kritike teorije očekivane korisnosti.
- 2.3.2 Objasnite što znači "uokvirivanje", "heuristika" i "pristranost" u kontekstu finansijskih tržišta i opišite sljedeće karakteristike ponašanja na takvima tržištima:
- Instinkt krda
  - Sidrenje i podešavanje
  - Pristrasnost prema sebi
  - Averzija prema gubitku
  - Pristrasnost potvrde
  - Pristrasnost dostupnosti
  - Pristrasnost familijarnosti.
- 2.3.3 Opišite Bernartzi-jevo i Thaler-ovo rješenje za problem premije kapitala (eng equity premium puzzle).

### 3. Mjere rizika ulaganja

#### 3.1 Svojstva mjera rizika.

- 3.1.1 Definirati sljedeće mjere rizika ulaganja:
- Varijanca prinosa
  - Lošija poluvrijednost prinosa (eng. Downside semi-variance of return)
  - Vjerovatnoće manjka
  - vrijednost pod rizikom (VaR)
  - rep VaR (također se naziva očekivani nedostatak).
- 3.1.2 Opisati kako su mjere rizika navedene u 2.1.1 povezane s oblikom funkcije korisnosti investitora.
- 3.1.3 Izvršiti proračune koristeći mjere rizika navedene u 2.1.1 kako biste uporedili mogućnosti ulaganja.
- 3.1.4 Objasniti kako će distribucija prinosa i debljina repova uticati na procjenu rizika.
- 3.2 Kompanije za rizik i osiguranje.
- 3.2.1 Opisati kako osiguravajuća društva pomažu u smanjenju ili uklanjanju rizika.
- 3.2.2 Objasniti što se podrazumijeva pod pojmovima „moralni hazard“ i „nepovoljni odabir“.

### 4. Stohastička kamatna stopa modela povrata

- 4.1 Pokazati razumijevanje jednostavnih stohastičkih modela za povrat ulaganja.
- 4.1.1 Opisati koncept stohastičkog modela povrata ulaganja i osnovnu razliku između ovog i deterministički model.
- 4.1.2 Izvesti algebarski, za model u kojem su godišnje stope prinosa nezavisno i identično raspoređene i za druge jednostavne modele, izraze za srednju vrijednost i varijansu akumuliranog iznosa jednokratne premije.
- 4.1.3 Izvesti algebarski, za model u kojem su godišnje stope prinosa nezavisno i identično raspoređene, rekurzivne relacije koje omogućavaju procjenu srednje vrijednosti i varijanse akumuliranog iznosa godišnje premije.
- 4.1.4 Izvesti analitički, za model u kojem svake godine slučajna varijabla  $(1 + r)$  ima nezavisnu log-normalnu distribuciju, funkcije distribucije za akumulirani iznos jednokratne premije i za sadašnju vrijednost iznos koji dospijeva u datom određenom budućem vremenu.

- 4.1.5 Primijeniti gornje rezultate na izračun vjerovatnoće da će se jednostavan niz plaćanja akumulirati na dati iznos u određenom budućem vremenu.

## 5. Procjena imovine

### 5.1 Srednja vrijednost/varijansa teorija portfelja (eng. Mean-variance portfolio theory).

- 5.1.1 Opisati i razmotriti pretpostavke Mean-variance teorije portfolija.
- 5.1.2 Razmotriti uslove pod kojima primjena Mean-variance teorije portfolija dovodi do izbora optimalnog portfelja.
- 5.1.3 Izračunati očekivani prinos i rizik portfelja više rizičnih sredstava, s obzirom na očekivani prinos, varijansu i kovarijansu prinosa pojedinačnih sredstava, koristeći Mean-variance teoriju portfelja.
- 5.1.4 Objasniti prednosti diverzifikacije koristeći Mean-variance teoriju portfelja.

### 5.2 Modeli određivanja cijena imovine.

- 5.2.1 Opisati pretpostavke, glavne rezultate i upotrebu modela Sharpe-Lintner-Mossin Capital Asset Pricing Model (CAPM).
- 5.2.2 Razmotriti ograničenja osnovnog CAPM-a i neke od pokušaja koji su učinjeni da se razvije teorija koja će prevazići ova ograničenja.
- 5.2.3 Izvršiti proračune koristeći CAPM.
- 5.2.4 Razmotriti glavna pitanja koja su uključena u procjenu parametara za modele određivanja cijena imovine.

### 5.3 Jednofaktorski i višefaktorski modeli za povrat ulaganja.

- 5.3.1 Opisati tri tipa multifaktorskih modela povrata imovine:
  - Makroekonomski modeli
  - Modeli osnovnih faktora
  - Statistički faktorski modeli.
- 5.3.2 Razmotriti model prinosa sredstava sa jednim indeksom.
- 5.3.3 Diskutovati o konceptima diverzifikabilnog i nediverzifikacionog rizika.
- 5.3.4 Razmotriti konstrukciju različitih tipova multifaktorskih modela.
- 5.3.5 Izvršiti proračune koristeći i jednofaktorske i višefaktorske modele.

### 5.4 Stohastički modeli za cijene vrijednosnih papira.

- 5.4.1 Razmotriti kontinuirani vremenski log-normalni model cijena vrijednosnih papira i empirijske dokaze za ili protiv modela.
- 5.4.2 Objasniti definiciju i osnovna svojstva standardnog Brownovog kretanja ili Wienerovog procesa.
- 5.4.3 Demonstrirati osnovno razumijevanje stohastičkih diferencijalnih jednačina, Ito integrala, difuzije i procese vraćanja srednjoj vrijednosti.
- 5.4.4 Navesti Ito-vu lemu i biti sposoban primijeniti je na jednostavne probleme.
- 5.4.5 Navesti stohastičku diferencijalnu jednačinu za geometrijsko Brownovo kretanje i pokazati kako pronaći njeno rješenje.
- 5.4.6 Navesti stohastičku diferencijalnu jednačinu za Ornstein-Uhlenbeck proces i pokazati kako pronaći njeno rješenje.

### 5.5 Modeli ročne strukture kamatnih stopa.

- 5.5.1 Objasniti glavne koncepte i termine koji su u osnovi teorije ročne strukture kamatnih stopa.
- 5.5.2 Opisati poželjne karakteristike modela za ročnu strukturu kamatnih stopa.
- 5.5.3 Primijeniti terminsku strukturu kamatnih stopa na modeliranje različitih tokova gotovine, uključujući izračunavanje osjetljivosti vrijednosti na promjene u strukturi termina.
- 5.5.4 Opisati, kao računski alat, pristup neutralan prema riziku za određivanje cijena obveznica bez kupona i derivata kamatne stope za opšti jednofaktorski model difuzije za nerizičnu kamatnu stopu.
- 5.5.5 Demonstrirati znanje o modelima Vasicek, Cox-Ingersoll-Ross i Hull-White za terminsku strukturu kamatne stope.
- 5.5.6 Razmotriti ograničenja ovih jednofaktorskih modela i pokazati znanje kako se ova pitanja mogu rješiti.

- 5.6 Jednostavni modeli kreditnog rizika.
- 5.6.1 Definirati pojmove „kreditni događaj” i „stopa naplate”.
  - 5.6.2 Opisati različite pristupe modeliranju kreditnog rizika: strukturni modeli, modeli smanjene forme, modeli zasnovani na intenzitetu.
  - 5.6.3 Demonstrirati poznavanje i razumijevanje Merton-ovog modela.
  - 5.6.4 Demonstrirati poznavanje i razumijevanje modela s dva stanja za kreditne rejtinge sa stalnim intenzitetom tranzicije.
  - 5.6.5 Opisati kako se modela s dva stanja može generalizirati na model Jarrow-Lando-Turnbull za kreditne rejtinge.
  - 5.6.6 Opisati kako se model s dva stanja može generalizirati da bi se uključio stohastički intenzitet tranzicije.

## 6. Teorija opcija

- 6.1 Cijene opcija i vrednovanje.
- 6.1.1 Navedite šta se podrazumijeva pod arbitražom i kompletним tržištem.
  - 6.1.2 Navedite faktore koji utiču na cijene opcija.
  - 6.1.3 Izvesti specifične rezultate za opcije koji ne zavise od modela:
    - Pokazati kako se vrednuje terminski ugovor (eng. forward contract).
    - Razviti gornje i donje granice za evropske i američke call i put opcije.
    - Objasniti šta se podrazumijeva pod put–call paritetom.
  - 6.1.4 Pokazati kako koristiti binomna stabla i rešetke u vrednovanju opcija i riješiti jednostavne primjere.
  - 6.1.5 Izvesti mjeru riziko neutralnog određivanja cijene (eng. risk-neutral pricing measure) za binomsku rešetku i opisati risk-neutral pricing pristup za određivanje cijena dioničkih opcija.
  - 6.1.6 Objasniti razliku između mjere iz stvarnog svijeta i riziko neutralne mjere. Objasniti zašto se risk-neutral pricing pristup posmatra kao računski alat (a ne kao realan prikaz dinamike cijena u stvarnom svijetu).
  - 6.1.7 Navedite alternativne nazine za risk-neutral i state-price deflator pristupe za određivanje cijena.
  - 6.1.8 Demonstrirati razumijevanje Black-Scholes modela određivanja cijena derivata:
    - Objasniti šta se podrazumijeva pod risk-neutral određivanjem cijena i ekvivalentnom martingalnom mjerom.
    - Izvesti Black-Scholes-ovu parcijalnu diferencijalnu jednačinu u njenom osnovnom i Garman-Kohlhagen-ovom obliku.
    - Demonstrirati kako odrediti cijenu i zaštititi jednostavan derivativni ugovor koristeći martingal pristup.
  - 6.1.9 Pokazati kako koristiti Black-Scholes model u vrednovanju opcija i riješiti jednostavne primjere.
  - 6.1.10 Razmotrite valjanost prepostavki koje su u osnovi Black-Scholes modela.
  - 6.1.11 Opisati i primijeniti u jednostavnim modelima, uključujući binomni model i Black-Scholes model, pristup utvrđivanje cijena korištenjem deflatora i demonstrirati njegovu ekvivalentnost sa risk-neutral određivanjem cijena.
  - 6.1.12 Demonstrirati znanje uobičajene terminologije za prvi i, gdje je prikladno, druge parcijalne izvode (eng. Greeks) cijene opcije.

Osnovna literatura:

- *Ethics in quantitative finance*. Joohnson, T. Palgrave Macmillan, 2017. ISBN 9783319610382.
- *Financial calculus: an introduction to derivative pricing*. Baxter, M.; Rennie, A. CUP, 1996. ISBN: 978-0521552899.

- *Financial economics: with applications to investments, insurance and pensions.* Panjer, H. H. (ed) The Actuarial Foundation, 2001. ISBN: 978-0938959489.
- *Interest rate models: an introduction.* Cairns, Andrew J. G. Princeton University Press, 2004. ISBN: 0691118949.
- *Introduction to mathematical portfolio theory.* Joshi, Mark S.; Paterson, Jane M. Cambridge University Press, 2013. ISBN 978-1107042315.
- *Louis Bachelier's Theory of Speculation: the origins of modern finance* Bachelier, Louis; Davies, M. and Etheridge, A. (translators). Princeton University Press, ISBN 9780691117522  
(Referenced in CM2 Core Reading, Unit 4)
- *Modern portfolio theory investment analysis.* 9th ed. Elton, E. J.; Gruber, M. J.; Brown, S. J. et al. John Wiley, 2014. ISBN: 978-1118469941.
- *Options, futures and other derivatives: global edition.* 9th ed. Hull, J. C. Prentice Hall, 2017. ISBN: 9781292212890.

*Options, futures and other derivatives.* 11th edition, 2021. eISBN 9781292410623 *Options, futures and other derivatives.* 9th USA

## 8. Aktuarstvo u praksi

Teme nastavnog plana

1. Aktuarski savjet
2. Zadovoljavanje potreba zainteresovanih strana
3. Ciklus aktuarske kontrole
4. Upravljanje rizikom
5. Identifikacija i klasifikacija rizika
6. Mjerenje i praćenje rizika
7. Odgovori na rizik
8. Upravljanje kapitalom i praćenje
9. Opšte poslovno okruženje
10. Određivanje problema
11. Izrada rješenja
12. Živjeti s rješenjem
13. Monitoring
14. Osnovni izrazi

Detaljni ciljevi nastavnog plana

1. Aktuarski savjet
  - 1.1. Identificirati klijenate koje aktuari savjetuju u javnom i privatnom sektoru i zainteresovane strane na koje taj savjet utiče.
  - 1.2. Uticaj aktuarskog savjeta na zainteresirane strane osim klijenta.
  - 1.3. Opisati funkcije klijenata koje aktuari savjetuju i vrste savjeta koje aktuari mogu dati svojim klijentima.
  - 1.4. Objasniti zašto i kako treba tražiti određene činjenične informacije o klijentu da bi se mogao dati savjet.
  - 1.5. Objasniti zašto su subjektivni stavovi klijenata i drugih zainteresovanih strana – posebno prema riziku – relevantni za davanje savjeta.
  - 1.6. Razlikovati odgovornost za davanje savjeta i odgovornost za donošenje odluka.

- 1.7. Razgovarajte o profesionalnim i tehničkim standardima koji se mogu primijeniti na aktuarske savjete.**
2. Odgovaranje potrebama zainteresovanih strana
    - 2.1. Opisati glavne pružaoce beneficija na nepredviđene događaje.
    - 2.2. Opisati glavne vrste socijalnih davanja i finansijskih proizvoda i objasnite na koji način oni mogu pružiti beneficije za nepredviđene događaje, a koji odgovaraju potrebama klijenata i zainteresovanih strana.
    - 2.3. Objasniti glavne principe osiguranja i penzija koji utiču na ove beneficije i proizvode.
    - 2.4. Opisati načine analize potreba klijenata i zainteresovanih strana za određivanje odgovarajućih finansijskih proizvoda.
  3. Ciklus aktuarske kontrole
    - 3.1. Opisati ciklus aktuarske kontrole i objasniti svrhu svake od njegovih komponenti.
    - 3.2. Demonstrirati kako se aktuarski kontrolni ciklus može primijeniti u različitim praktičnim komercijalnim situacijama, uključujući i ciklus kontrole upravljanja rizikom.
  4. Upravljanje rizikom
    - 4.1. Opisati proces upravljanja rizikom za posao koji može pomoći u dizajniranju finansijskih proizvoda.
    - 4.2. Razmotriti o razlikama između rizika i neizvjesnosti i između sistematskog i diverzibilnog rizika.
    - 4.3. Opisati kako upravljanje rizicima preduzeća može dodati vrijednost upravljanju poslovanjem.
    - 4.4. Razmotriti o ulogama i odgovornostima različitih zainteresovanih strana u upravljanju rizikom.
    - 4.5. Razmotriti o sklonosti riziku i postizanju efikasnosti rizika.
  5. Identifikacija i klasifikacija rizika
    - 5.1. Opisati tehnike koje se mogu koristiti za identifikaciju rizika povezanih sa finansijskim proizvodima ili njihovim dobavljačima.
    - 5.2. Razmotriti kako se rizici projekta uzimaju u obzir u upravljanju projektom.
    - 5.3. Opisati rizike i neizvjesnosti koje utiču na:
      - nivo i učestalost naknada koje se plaćaju za nepredviđene događaje.
      - ukupnu sigurnost naknada koje se isplaćuju za nepredviđene događaje.
    - 5.4. Opisati kako klasifikacija rizika može pomoći u dizajnu finansijskih proizvoda.
    - 5.5. Pokazati svijest i razumijevanje kategorija rizika koje se primjenjuju na poslovanje općenito, a posebno na finansijsko uslužne kompanije.
  6. Mjerenje i praćenje rizika
    - 6.1. Opisati različite metode koje se koriste za kvantifikaciju rizika.
    - 6.2. Razmotriti upotrebu analize scenarija, testiranja stresa i stohastičkog modeliranja u procjeni rizika.
    - 6.3. Opisati različite metode agregacije rizika i objasniti njihove relativne prednosti i nedostatke.
    - 6.4. Objasniti važnost izvještavanja o rizicima menadžerima i drugim zainteresovanim stranama.
    - 6.5. Razmotriti metode mjerenja i izvještavanja o riziku koje mogu koristiti glavni dobavljači finansijskih proizvoda.
  7. Odgovor na rizik
    - 7.1. Opisati stavove i metode prihvatanja, odbijanja, prenosa i upravljanja rizikom za zainteresovane strane.
    - 7.2. Razlikovati rizike koji se preuzimaju kao prilika za profit i rizike koje treba ublažiti.
    - 7.3. Opisati princip udruživanja rizika.

- 7.4. Opisati metode prenošenja rizika.
- 7.5. Analizirati aspekte upravljanja rizikom određenog poslovног pitanja i preporučiti odgovarajuću strategiju upravljanja rizikom.
- 7.6. Opisati alate koji se mogu koristiti za pomoć u upravljanju i kontroli rizika.
- 7.7. Razmotriti pitanja vezana za upravljanje rizikom za pružatelje finansijskih proizvoda.
- 7.8. Opisati kako se može upravljati rizicima sa malom vjerovatnoćom, ali velikim uticajem.
8. Upravljanje kapitalom i praćenje
- 8.1. Razmotriti međusobni odnos između upravljanja rizikom i kapitalom.
- 8.2. Objasniti implikacije rizika na kapitalne zahtjeve, uključujući ekonomске i regulatorne kapitalne zahtjeve.
- 8.3. Opisati kako glavni pružatelji beneficija na nepredviđene događaje mogu zadovoljiti, upravljati i uskladiti svoje zahtjeve za kapitalom.
- 8.4. Razmotriti implikacije regulatornog okruženja u kojem je propisano rezervisanje i zahtjev za kapitalom.
- 8.5. Razmotriti kapital zasnovan na riziku i uporedite ga sa drugim mjerama kapitalnih potreba.
- 8.6. Razmotriti prednosti posmatranja ekonomskog bilansa stanja kako bi se odredili kapitalni zahtjevi za pružatelja beneficija na nepredviđene događaje.
- 8.7. Razmotriti upotrebu internih modela za procjenu ekonomskih i regulatornih kapitalnih zahtjeva.
9. Opšte poslovno okruženje
- 9.1. Regulatorno okruženje.
- 9.1.1 Opisati principe i ciljeve opreznog i tržišnog provođenja regulatornih režima.
- 9.1.2 Razmotriti uloge koje glavne finansijske institucije mogu imati u podršci regulatornom i poslovnom okruženju.
- 9.1.3 Objasniti koncept informacijske asimetrije.
- 9.1.4 Objasniti kako se određene karakteristike finansijskih ugovora mogu identifikovati kao nepravedne.
- 9.1.5 Razmotriti implikacije zahtjeva da se prema klijentu postupa pošteno.
- 9.1.6 Opisati ciljeve razvoja politike u pogledu klimatskih rizika i održivosti.
- 9.2. Eksterno okruženje.
- 9.2.1 Opisati implikacije za glavne pružatelje finansijskih proizvoda:
- zakonodavstvo – propisi.
  - državne beneficije.
  - porez.
  - računovodstveni standardi.
  - adekvatnost kapitala i solventnost.
  - korporativno upravljanje.
  - zahtjevi za upravljanje rizikom.
  - konkurentska prednost.
  - komercijalni zahtjevi.
  - promjena kulturnih i društvenih trendova.
  - klimatska promjena.
  - demografske promjene.
  - pitanja životne sredine.
  - razmatranja načina života.
  - međunarodna praksa.
  - tehnološke promjene.

### **9.3. Investicioni ambijent**

- 9.3.1 Razmotriti novčane tokovime jednoštavnih finansijskih aranžmana i potrebe za odgovarajućim ulaganjem kako bi se obezbijedile potencijalne finansijske obaveze.
- 9.3.2 Demonstrirati poznavanje i razumijevanje karakteristika glavne investicione imovine i tržišta takve imovine.
- 9.3.3 Opisati kako profil rizika glavne investicione imovine utiče na tržište takve imovine.
- 9.3.4 Objasniti glavne ekonomske uticaje na investiciona tržišta.
- 9.3.5 Opisati druge faktore koji utiču na ponudu i potražnju na investicionim tržištima.

## **10. Specificiranje problema**

### **10.1 Dizajn ugovora.**

Razmotriti faktore koje treba uzeti u obzir pri određivanju adekvatnog dizajna za finansijske proizvode u vezi sa:

- sklonosti ka riziku ili averzija prema riziku uključenih strana.
- karakteristikama uključenih strana.
- regulatorno okruženje.
- tržište za proizvod.
- konkurenčni pritisci.
- nivo i oblik beneficija koje treba obezbijediti.
- sve opcije ili garancije koje mogu biti uključene.
- naknade koje se isplaćuju po prestanku ili prenosu prava.
- način finansiranja beneficija koje se pružaju.
- izbor sredstava kada se naknade finansiraju.
- administrativna pitanja.
- naknade koje će biti naplaćene.
- kapitalni zahtjevi.

### **10.2. Podaci.**

- Objasniti etička i regulatorna pitanja uključena u rad sa ličnim podacima i velikim skupovima podataka.
- Objasniti glavna pitanja kojima se treba baviti politika upravljanja podacima i njen značaj za organizaciju.
- Objasniti rizike i etička pitanja povezana sa upotrebom podataka (uključujući algoritamsko donošenje odluka).
- Razmotriti zahtjeve za podacima za određivanje vrijednosti imovine, budućih beneficija i budućih zahtjeva za finansiranjem.
- Opisati provjere koje se mogu i trebaju izvršiti na podacima.
- Opisati okolnosti pod kojima traženi idealni podaci možda neće biti dostupni i razgovarati o načinima kako se ovaj problem se može prevazići.
- Opisati kako odrediti odgovarajuće grupisanje podataka za postizanje optimalnog nivoa homogenosti.

## **11. Izrada rješenje**

### **11.1 Modeliranje.**

- 11.1.1 Opisati dostupne pristupe za izradu rješenja aktuarskog ili finansijskog problema.
- 11.1.2 Opisati konstrukciju aktuarskih modela za proizvodnju rješenja u smislu:
  - ciljeva modela.
  - operativnih pitanja koja treba uzeti u obzir pri dizajniranju i vođenju modela.
- 11.1.3 Opisati upotrebu modela za:

- određivanje cijena ili određivanje budućih strategija finansiranja
  - upravljanje rizikom: procjena kapitalnih zahtjeva i prinosa na kapital ili potrebnih nivoa finansiranja.
  - procjenu odredbi potrebnih za postojeće obaveze za pružanje koristi od nepredviđenih događaja.
  - određivanje cijena i vrednovanje opcija i garancija.
- 11.1.4 Opisati kako se analiza osjetljivosti rezultata modela može koristiti za pomoć pri donošenju odluka.
- 11.2 Postavljanje pretpostavki.
- 11.2.1 Opisati principe koji stoje iza određivanja pretpostavki kao ulaznih podataka za model relevantan za izradu specifičnog rješenja imajući u vidu:
- vrste informacija koje mogu biti dostupne da pomognu u određivanju pretpostavki koje će se koristiti.
  - stepen do kojeg svaka vrsta informacija može biti korisna i druga razmatranja koja se mogu uzeti u obzir, pri odlučivanju o pretpostavkama.
  - nivo razboritosti u pretpostavkama potrebnim za postizanje ciljeva klijenta.
- 11.3 Smrtnost i morbiditet.
- 11.3.1 Opisati glavne oblike heterogenosti unutar populacije, načine na koje se selekcija može dogoditi i kako korištenje klasifikacije rizika može riješiti posljedice odabira.
- 11.3.2 Objasniti zašto je potrebno imati različite tabele mortaliteta za različite klase života.
- 11.3.3 Navesti glavne faktore koji doprinose varijacijama u mortalitetu i morbiditetu po regionima i prema društvenom i ekonomskom okruženju, posebno:
- zanimanje.
  - ishrana.
  - stanovanje.
  - klima/geografija.
  - obrazovanje.
  - genetika.
- 11.3.4 Objasniti kako se mogu očekivati različite vrste selekcije (npr. privremena početna selekcija, odabir klase) među pojedincima ili grupama koje utiču na finansijske proizvode.
- 11.3.5 Objasniti koncept konvergencije mortaliteta.
- 11.3.6 Opisati kako dekrementi mogu imati selektivni učinak na preostalo poslovanje.
- 11.4 Troškovi.
- 11.4.1 Opisati vrste troškova koje pružatelji finansijskih proizvoda moraju podmiriti.
- 11.4.2 Opisati kako se troškovi mogu alocirati prilikom određivanja cijena finansijskih proizvoda.
- 11.5 Razvijanje troška i cijene.
- 11.5.1 Razmotriti kako odrediti trošak obezbjeđivanja beneficija u slučaju nepredviđenih događaja.
- 11.5.2 Razmotriti faktore koje treba uzeti u obzir prilikom određivanja odgovarajućeg nivoa i učestalosti doprinosa da se obezbijede benefiti za nepredviđene događaje.
- 11.5.3 Razmotriti faktore koje treba uzeti u obzir prilikom određivanja cijene ili doprinosa koje treba naplatiti za naknada za nepredviđene događaje.
- 11.5.4 Razmotriti uticaj rezervisanja ili regulatornih kapitalnih zahtjeva na određivanje cijena ili određivanje strategija finansiranja.
- 11.6 Upravljanje investicijama.
- 11.6.1 Diskutovati o principima i ciljevima upravljanja investicijama i analizirati investicione potrebe investitora, uzimajući u obzir obaveze, zahtjeve za likvidnošću i sklonost riziku investitora.

11.6.2 Diskutovati o različitim metodama za vrednovanje pojedinačnih investicija i pokazati razumijevanje prikladnosti u različitim situacijama.

11.6.3 Diskutovati o teoretskim odnosima između ukupnih prinosa i komponenti ukupnih prinosa, na dionice, obveznice i gotovinu i inflaciju cijena i zaradu.

11.6.4 Diskutovati o različitim metodama za vrednovanje portfelja investicija i pokazati razumijevanje prikladnosti u različitim situacijama.

11.6.5 Razmotriti metode kvantifikacije rizika ulaganja u različite klase i podklase ulaganja.

#### 11.7 Rezervisanje.

11.7.1 Diskutovati o različitim razlozima za vrednovanje koristi od finansijskih proizvoda i uticaju na izbor metodologije i prepostavki.

11.7.2 Diskutovati o tome kako odrediti vrijednosti rezervisanja u smislu:

- potreba za postavljanjem vrijednosti rezervisanja i stepen do kojeg vrijednosti treba da odražavaju strategiju upravljanja rizikom.
- principe „fer vrednovanja“ imovine i obaveza i druge „tržišno konzistentne“ metode vrednovanja obaveza.
- razloge zbog kojih se korištene pretpostavke mogu razlikovati u različitim okolnostima.
- razloge zbog kojih se pretpostavke i metode koje se koriste za određivanje vrijednosti garancijama i opcijama mogu razlikovati od onih koje se koriste za izračunavanje potrebnih računovodstvenih rezervi.
- kako se analiza osjetljivosti može koristiti za provjeru adekvatnosti vrijednosti.
- znanja da izvrši kalkulacije kako bi pokazao razumijevanje metoda vrednovanja.

11.7.3 Opisati različite metode prepoznavanja rizika u novčanim tokovima.

11.7.4 Razmotriti različite metode prepoznavanja rizika u sadašnjim vrijednostima obaveza.

11.7.5 Razmotriti svrhu i upotrebu rezervi za izravnjanje.

11.7.6 Opisati uticaj poređenja sa tržišnim vrijednostima.

#### 11.8 Odnos između imovine i obaveza.

11.8.1 Opisati principe ulaganja i zahtjeve za usklađivanje sredstava/obaveza glavnih pružatelja naknada za nepredviđene događaje.

11.8.2 Pokazati kako se aktuarske tehnike kao što je modeliranje imovine/obaveza mogu koristiti za razvoj odgovarajuće investicione strategije.

11.8.3 Opisati upotrebu budžeta rizika za kontrolu rizika u portfelju.

11.8.4 Opisati tehnike koje se koriste za formiranje i praćenje specifičnog portfelja sredstava.

11.8.5 Razmotriti potrebu praćenja investicionih performansi i preispitivanja strategije ulaganja.

### 12. Živjeti s rješenjem

#### 12.1 Održavanje profitabilnosti.

12.1.1 Opisati kako glavni davatelji finansijskih proizvoda mogu kontrolisati i upravljati troškovima:

- plaćanjima proizašlim iz nepredviđenih događaja.
- troškovima povezanim sa isplatom naknada za nepredviđene događaje.

12.1.2 Diskutovati o tome kako regulatorni kapitalni zahtjevi utiču na profitabilnost davatelja finansijskih usluga.

12.1.3 Opisati raspoložive alate za upravljanje kapitalom.

#### 12.2 Utvrđivanje stvarnih rezultata.

12.2.1 Opisati kako davatelj finansijskih usluga može analizirati stvarni učinak u odnosu na očekivani učinak.

12.2.2 Opisati kako davatelj finansijskih usluga može analizirati učinak investicionog portfelja u odnosu na referentnu vrijednost.

- 12.2.3 Razmotriti moguće izvore viška/profita i akcija menadžmenta kojima mogu kontrolisati iznos viška/profit.
  - 12.2.4 Opisati zašto će davatelj finansijskih usluga izvršiti analizu promjena u svom višku/profitu.
  - 12.2.5 Opis kako se može distribuirati bilo koji višak/profit koji nastane.
  - 12.2.6 Razmotriti pitanja koja se odnose na iznos viška/profita koji se može podijeliti u bilo koje vrijeme i obrazloženje za zadržavanje viška/profita.
- 12.3 Izvještavanje o stvarnim rezultatima.
- 12.3.1 Opisati izvještaje i sisteme za kontrolu napretka finansijskog stanja glavnog davaoca finansijskih usluga.
  - 12.3.2 Opisati izvještaje i sisteme za praćenje i upravljanje rizikom na nivou preduzeća.
- 12.4 Nesolventnost i zatvaranje.
- 12.4.1 Diskutovati o pitanjima koja treba uzeti u obzir u slučaju nesolventnosti ili zatvaranja davaoca finansijskih usluga.
- 12.5 Opcije i garancije.
- 12.5.1 Diskutovati o pitanjima vezanim za upravljanje opcijama i garancijama.

### 13. Monitoring

- 13.1 Opisati kako se stvarno iskustvo može pratiti i procijeniti, u smislu:
  - razloga za praćenje iskustva.
  - potrebnih podataka.
  - procesa analize različitih faktora koji utiču na iskustvo.
  - korištenja rezultata za reviziju modela i pretpostavki.
- 13.2 Opisati kako se rezultati procesa praćenja u ciklusu aktuarske kontrole ili ciklusu kontrole upravljanja rizikom koriste za ažuriranje finansijskog planiranja u narednom periodu.

### 14. Osnovni izrazi

Razumjeti glavne izraze koji se koriste u finansijskim uslugama, investicijama, upravljanju imovinom i riziku.

## **9. Modeliranje u praksi**

Teme nastavnog plana

1. Priprema i istraživačka analiza podataka
2. Izrada modela sa jasnom dokumentacijom
3. Analiza metoda i rezultata modela
4. Primjena i interpretacija rezultata
5. Saopštavanje rezultata i zaključaka

Detaljni ciljevi nastavnog plana

1. Priprema i analiza podataka
  - 1.1. Koristiti odgovarajuće alate za čišćenje, restrukturiranje i transformaciju podataka kako biste ih učinili pogodnim za analizu.
  - 1.2. Sažeti podatke koristeći odgovarajuću analizu, deskriptivnu statistiku i grafički prikaz.
  - 1.3. Odabrat i provesti odgovarajuće statističke testove razumnosti.
  - 1.4. Napraviti odgovarajuće pretpostavke o datim podacima.
  - 1.5. Popraviti oštećene ili nedostajuće podatke.
2. Izrada modela sa jasnom dokumentacijom
  - 2.1. Planirati i izraditi spreadsheet model za rješavanje određenog problema.
  - 2.2. Dokumentirati rezultate modela, uključujući opravdanje ključnih pretpostavki, detaljno navodeći usvojenu metodologiju, odgovarajući nivo provjere razumnosti, osjetljivosti i ograničenja.
  - 2.3. Napraviti kontrolni trag koji omogućava detaljnu provjeru i ispitivanje modela na visokom nivou od strane kolege studenta i višeg aktuara.
3. Analiza korištenih metoda i rezultata modela
  - 3.1. Izvršiti provjere rezultata modela, uključujući primjenu testova osjetljivosti i/ili scenarija.
  - 3.2. Komentirati razumnost rezultata u različitim scenarijima.
4. Primjena i interpretacija rezultata
  - 4.1. Primjeniti rezultate na skup problema, predlažući rješenja.
  - 4.2. Sumirati rezultate koristeći odgovarajuće grafikone i tabele.
  - 4.3. Razmotriti sljedeće koraka.
5. Saopštavanje rezultata i zaključaka
  - 5.1. Planirati i izraditi sažeti dokument koji će pokrivati podatke, pristup, pretpostavke, rezultate, zaključke i predložene sljedeće korake za prezentaciju višem aktuaru.
  - 5.2. Kreiranje odgovarajuće vizualizacije podataka kako biste prenijeli ključne zaključke analize.

Osnovna literatura :

- *Excel 2007 formulas.* Walkenbach, J. Wiley, 2007. ISBN: 978-0470044025
- *How to solve it: a new aspect of mathematical method.* Polya, G. Penguin, new ed, 1990. ISBN 978-0691150956

- *Mastering financial mathematics in Microsoft Excel: a practical guide for business calculations.* 2nd ed. Day, A. Financial Times-Prentice Hall, 2010. ISBN: 978-0273730330
- *Spreadsheet check and control: 47 key practices to detect and prevent errors.* O'Beirne, P. Systems Publishing, 2005. ISBN: 978-1905404001
- *Successful ICT projects in Excel.* 3rd ed. Heathcote, P. M. Payne-Gallway, 2002. ISBN: 978-1903112717

## 10. Ekonomija

Teme nastavnog plana

1. Ekonomski modeli i novije istorijske primjene
2. Makroekonomija
3. Mikroekonomija
4. Zdravstveno osiguranje
5. Penzиона osiguranje

Detaljni ciljevi nastavnog plana

### 1. Ekonomski modeli i novije istorijske primjene

- 1.1 Razmotriti važnost ekonomije za svijet poslovanja.
  - 1.1.1 Opisati šta se podrazumijeva pod oportunitetnim troškovima i oskudicom i njihov značaj za ekonomski izbor.
  - 1.1.2 Razmotriti ključne ekonomske koncepte koji su uključeni u izbore koje donose preduzeća relevantne za odabir izlaza, ulaza, tehnologija, lokacija i konkurenčija.
  - 1.1.3 Usporedite mikroekonomiju i makroekonomiju.
- 1.2 Ocijenite glavne smjerove ekonomskog razmišljanja:
  - Klasični
  - Marksovski socijalizam
  - Neoklasični, Keynesian, neo-Keynesian i post-Keynesian
  - Monetaristički
  - Austrijski.
- 1.3 Analizirati nedavnu makroekonomsku istoriju.
  - 1.3.1 Opišite napredak svjetske ekonomije od Velike krize, s posebnim fokusom na:
    - istorija bankarskih kriza i iracionalnog ponašanja.
    - posljedice bankarskih kriza.
  - 1.3.2 Razmotriti bankarsku krizu 2008. godine, Veliku recesiju i oporavak.
  - 1.3.3 Opisati efikasnost monetarne politike u finansijskoj krizi 2008. i akcije vlada u borbi protiv recesije.
  - 1.3.4 Razmotriti naknadne potrese u Evropi nakon finansijske krize 2008. godine.
  - 1.3.5 Ocijeniti debatu o stimulacijama i štednji (eng. stimulus–austerity debate) i regulatorne mjere nakon krize 2008. godine.

### 2. Makroekonomija

- 2.1 Objasniti osnovne makroekonomiske mjere (npr. BDP) koje se koriste za upoređivanje ekonomija zemalja.
- 2.2 Opisati strukturu javnih finansija u industrijaliziranoj zemlji.
- 2.3 Objasniti utjecaj fiskalne i monetarne politike na ekonomiju, uključujući i utjecaj na finansijska tržišta.

- 2.4 Objasniti ulogu međunarodne trgovine, deviznih kurseva i platnog bilansa u ekonomiji.
- 2.5 Objasniti utjecaj stopa štednje i potrošnje na ekonomiju.
- 2.6 Objasniti glavne faktore koji utiču na nivo kamatnih stopa, stopu inflacije, devizni kurs, nivo zaposlenosti i stopu rasta u industrijaliziranoj zemlji.
- 2.7 Opisati funkciju novca u ekonomiji.
- 2.8 Objasniti kako se određuju kamatne stope.
- 2.9 Objasniti odnos između novca i kamatnih stopa.
- 2.10 Objasniti kako makroekonomske politike utiču na preduzeća

### 3. Mikroekonomija

- 3.1 Objasniti pojam korisnosti i kako racionalni subjekti koji maksimiziraju korisnost donose potrošačke odluke.
- 3.2 Objasniti elastičnost ponude i potražnje te učinke različitih nivoa elastičnosti na tržiste.
- 3.3 Objasniti interakciju između ponude i potražnje i način na koji se postižu ravnotežne tržišne cijene.
- 3.4 Objasniti različite strategije određivanja cijena koje preduzeća mogu koristiti.
- 3.5 Objasniti osnovne ekonomske pojmove koji su uključeni u odluke koje donose preduzeća u vezi s kratkoročnim i dugoročnim ulaganjima i proizvodnim odlukama.
- 3.6 Objasniti konkurentska tržišta i kako ona funkcionišu.
- 3.7 Objasniti profitabilnost na tržištima s nesavršenom konkurenjom.

### 4. Zdravstveno osiguranje

- (a) Osnovni termini.
- (b) Različiti modeli finansiranja zdravstvene zaštite.
- (c) Glavne karakteristike mješovitog javno/privatnog sistema finansiranja zdravstvene zaštite.
- (d) Glavne karakteristike glavnih tipova proizvoda zdravstvenog osiguranje uključujući:
  - Osiguranje bolesti
  - Osiguranje teških bolesti
  - Dugoročno osiguranje njege
  - Osiguranje medicinskih troškova
  - Osiguranje invaliditeta
- (e) Principi tržišta zdravstvenog osiguranja
- (f) Principi računovodstva zdravstvenog osiguranja
- (g) Glavna područja rizika i neizvjesnost u poslovima zdravstvenog osiguranja
- (h) Principi investiranja imovine zdravstvenog osiguravača
- (i) Vrednovanje podataka i procesi verifikacije
- (j) Analiza iskustva zdravstvenog osiguravača

### 5. Penzиона osiguranje

- (a) Osnovni termini.
- (b) Vrste naknada.
- (c) Potrebe i uloga različitih strana koje su uključene u penziona osiguranje.
- (d) Modeli finansiranja rezervi
- (e) Legislativni okvir u kojem se obezbjeđuju naknade.
- (f) Rizici i neizvjesnost.

## Literatura

*Economics.* 10th ed. Sloman, J. Pearson, 2018; 2020. ISBN: 978-1292187853

Aitken, W H (1994) *Pensions Funding and Valuation.* Actex

Bohn, Klaus (1980) *Die Mathematik der deutschen Privaten Kranken-versicherung.*

## 11. Finansijski sistemi i računovodstvo osiguranja

### 1. Finansijsko izvještanje i oporezivanje

1.1 Osnovna načela oporezivanja fizičkih i pravnih osoba te oporezivanja institucionalnih ulaganja

1.2 Obveza sastavljanja godišnjih izvještajaa i finansijskih izvještaja

1.3 Temeljna računovodstvena načela i pojmovi te glavne izvori računovodstvene regulative (zakonski okvir i podzakonski akti, međunarodni računovodstveni standardi, međunarodni standardi finansijskog izvješćivanja IFRS4, IFRS17)

1.4 Vrijednost izvještavanja o ekološkoj, društvenoj i ekonomskoj održivosti i drugim alternativama tradicionalnom finansijskom izvješćivanju te mogući sadržaj takvih izvješća

1.5 Osnovna struktura finansijskih izvještaja

1.6 Svrha i interpretacija glavnih komponenata finansijskih izvještaja

1.7 Konstrukcija jednostavnih izvještaja o finansijskom položaju i dobiti ili gubitku

1.8 Izračun i interpretacija finansijskih i računovodstvenih pokazatelja

### 2. Vrijednosni papiri i drugi oblici korporativnih financija

2.1 Karakteristike različitih oblika vlasničkog kapitala sa stajališta izdavatelja i ulagača

2.2 Karakteristike različitih oblika dugoročnog dužničkog kapitala sa stajališta izdavatelja i ulagatelja

2.3 Karakteristike različitih oblika kratkoročnog i srednjoročnog financiranja sa stajališta izdavatelja i ulagača

2.4 Ulogu izvedenih vrijednosnih papira i ugovora u korporativnim financijama

2.5 Metode koje tvrtka može koristiti za prikupljanje kapitala izdavanjem vrijednosnih papira

### 3. Korporativne financije

3.1 Strukture poslovnog subjekta te njihove prednosti i nedostatci

3.2 Izvori finansiranja poslovanja i faktori koji utječu na izbor strukture kapitala i politike dividende

3.3 Budžetiranje kapitala i izračun troška kapitala (cost of capital)

3.4 Izračun povrata ulaganja u projekt koristeći različite metode i procjena svake metode

### 4. Uloga i struktura finansijskih sistema

4.1 Uloga i glavni oblici nacionalnih i međunarodnih finansijskih tržišta

4.2 Odnos između finanfija i stvarnih resursa i ciljeva organizacije

4.3 Odnos između finanfija i stvarnih resursa i ciljeva nacije

4.4 Uloga privatnih i osobnih interesa u odlučivanju u državnim i privatnim institucijama, teorija posredovanja (eng. Agency theory) i zabrana sukoba interesa i dužnosti

### 5. Sudionici finansijskih sistema

5.1 Glavne značajke institucija te njihov utjecaj na finansijska tržišta (nacionalne vlade, središnje banke, investicijske burze, nacionalna i međunarodna finansijska tijela, nacionalni i međunarodni regulatori)

5.2 Glavni sudionici na finansijskim tržištima te njihovi ciljevi i uloge (uključujući investicijske banke, banke za građane, društva za upravljanje investicijskim fondovima odnosno mirovinskim fondovima, društva za osiguranje i reosiguranje, nefinancijska društva, državne fondove, pružatelje mikrofinanciranja, neregulirane organizacije)

5.3 Tipični modeli poslovanja i korporativnog upravljanja društva za osiguranje odnosno reosiguranje, društva za mirovinsko osiguranje, banaka za građane, društva za upravljanje investicijskim odnosno mirovinskim fondovima te kako ovi modeli poslovanja omogućuju institucijama ostvarivanje njihovih ciljeva

## 6. Faktori koji utječu na razvoj i stabilnost finansijskog sistema

6.1 Glavni faktori razvoja finansijskih sistema (uključujući demografske promjene, gospodarski razvoj, tehnološke promjene i klimatske promjene)

6.2 Glavni elementi i svrha prudencijalne i tržišne regulacije

6.3 Glavni rizici stabilnosti nacionalnih i globalnih finansijskih sistema

## 12. Pravo osiguranja i profesionalizam

### Pravo osiguranja

- a) Osiguranje u pravu EU – osiguranje u legislativi EU
- b) Poslovi osiguranja i subjekti u osiguranju
- c) Imovinska odgovornost i finansijska struktura društva za osiguranje
- d) Osnovne kategorije u pravu osiguranja
- e) Pojam i pravna priroda ugovora o osiguranju
- f) Karakteristike ugovora o osiguranju
- g) Predmet ugovora o osiguranju
- h) Zaključenje ugovora o osiguranju
- i) Polisa osiguranja
- j) Trajanje ugovora o osiguranju
- k) Obaveze ugovornih strana
- l) Ugovor o reosiguranju
- m) Subrogacija
- n) Društveni aspekti postojećeg koncepta kao što su zaštita potrošača i drugo

### Profesionalizam

- (a) Karakteristike i standardi profesije uključujući potrebu za:
  - Specijalističkim vještinama i edukacijom
  - Kontinuiranim treningom i razvojem
  - Visokom kvalitetom aktuarskog savjeta
  - Vježbanjem nezavisne procjene
  - Objektivnošću, integritetom i odgovornosti
- (b) Kodeks profesionalnog ponašanja
- (c) Pravilnik o disciplinskom postupku
- (d) Standardi prakse doneseni od aktuarskih tijela i ostalih zainteresovanih strana
- (e) Uloga aktuara u nadzoru
- (f) Profesionalna uloga aktuara
  - Analiza i razrješavanje etičkih dilema
  - Identifikovanje i upravljanje konfliktima, zloupotreba i nepropisan uticaj na aktuarski savjet
  - Priroda aktuarskog savjeta

- Javni interes
- h) Učinkovita komunikacija
  - Uobičajene tehnike za stvaranje učinkovite pismene i usmene komunikacije
  - Učinkovita tehnička komunikacija za priopćavanje rezultata aktuarskog rada relevantnoj publici kolega, menadžera ili klijenata
  - Sveobuhvatan sažetak tehničkih aspekata aktuarskih rezultata
  - Učinkovit sažetak za proizvod aktuarskog rada za potrebe menadžmenta
  - Potrebne stavke sažetka zaključaka o stručnom pregledu rada drugog aktuara
  - Procjena problema u komunikaciji s nadređenim kako biste osigurali da se radni projekt dovoljno dobro razumije za nastavak
  - Važnost učinkovitog priopćavanja o neizvjesnosti povezanoj s aktuarskim rješenjem
  - Izrada odgovarajuće trajne dokumentacije za proizvod aktuarskog rada

## Literatura

Osnovna literatura za predmet za ovaj predmet je:

- *Pravo osiguranja*, Milić Simić, Aktuarsko društvo, Sarajevo, 2004.;
- *Poslovno pravo - ugovori, hartije od vrijednosti i pravo konkurenkcije*, Prof. dr Miloš Trifković, prof. dr Milić Simić i doc. dr Veljko Trivun, Ekonomski fakultet u Sarajevu, 2004.;

## III ZAVRŠNE ODREDBE

### Članak 3.

Stupanjem na snagu ovog Pravilnika prestaje da važi Program pojedinih predmeta i literatura za obavljanje poslova ovlaštenog aktuara broj: 02.-06.1-04-204/23 od 24.01.2023. godine.

### Članak 4.

Ovaj Program stupa na snagu danom donošenja i isti će biti objavljen na službenoj web stranici Agencija za nadzor osiguranja Federacije Bosne i Hercegovine.

Broj: 02.-06.1-04-2321/25  
Sarajevo, 14.07.2025. godine

